

ANÁLISIS DE LA BIFURCACIÓN DE HOPF PRESENTADA EN UN SISTEMA DE  
ENERGÍA DISTRIBUIDO DC

DAVID ALEJANDRO RIVERA RODRÍGUEZ

CÓDIGO: 1.010'195.782

FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
2019

ANÁLISIS DE LA BIFURCACIÓN DE HOPF PRESENTADA EN UN SISTEMA DE  
ENERGÍA DISTRIBUIDO DC

POR:

DAVID ALEJANDRO RIVERA RODRÍGUEZ

CÓDIGO: 1.010'195.782

PARA OTORGAR GRADO DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA

DIRECTOR

CARLOS ALBERTO RAMÍREZ VANEGAS

FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

2019

# ANÁLISIS DE LA BIFURCACIÓN DE HOPF PRESENTADA EN UN SISTEMA DE ENERGÍA DISTRIBUIDO DC

Director: Carlos Alberto Ramírez Vanegas.

Codirector: Andres Felipe Camelo Muñoz.

Pereira semestre II 2019

Maestría En Ingeniería Eléctrica

Universidad Tecnológica De Pereira

La Julita Pereira (Colombia)

TEL: (+57) (6)3137122

## **DEDICATORIA**

A mi madre, que en todo momento a lo largo de la carrera me brindo apoyo y su gran sabiduría que Dios le a brindado, sin ella no se habría podido la culminación de mi carrera, para ella, este logro sé que será un de gran orgullo.

A mis hermanas que me brindaron un gran apoyo incondicional y afecto, para ellas de igual manera sé que es de gran orgullo, la culminación de mi carrera.

A mis abuelos maternos que también me han apoyado de una forma muy incondicional y que sé, que se sentirán muy orgullosos por el logro obtenido.

También a familiares y amigos muy cercanos a mí, y a los ya mencionados solo me que decirles muchas gracias.

## **AGRADECIMIENTOS**

En primera instancia a Dios, por brindarme y darme muchas cosas a lo largo del transcurso de mi vida y de mi instancia universitaria, también a cada uno de mis docentes por inculcarme conocimientos académicos y por hacer de mí una mejor persona.

También agradecer a mi director de proyecto de grado Carlos Alberto Ramírez Vanegas por compartir su experiencia académica conmigo y por guiar todo el proceso de elaboración de este proyecto.

A todos mis compañeros de universidad y a personas muy en especial que siempre me impulsaron a continuar mi proyecto profesional.

## RESUMEN

Este trabajo proponemos la utilización de la teoría sobre la bifurcación de Hopf en el análisis de los sistemas dinámicos como herramienta importante que revela un gran interés en el comportamiento en la trayectoria de los sistemas, para este caso en un sistema de energía distribuida DC. esta teoría nos ayuda a estudiar el comportamiento de algunas variables que presenta modificaciones con cambios cualitativos que vienen siendo importantes en la dinámica de los mismos, o en la estabilidad de los equilibrios estacionarios del sistemas o a la aparición de nuevas orbitas cerradas con comportamientos oscilatorios de la que es denomina como ciclo limite. Además de esto se realiza un estudio en los sistemas de energía distribuida DC para determinar su dinámica y poder determinar su estabilidad, luego se realiza un modelamiento de este sistema dinámico para determinar su estabilidad y así poder realizar un análisis en un software (XppAut) que nos permite evidencia su comportamiento bajos una serie de criterios, finalmente se presenta un ejercicio en el cual se puede evidenciar como se puede obtener los valores de las parámetros para realizar el modelamiento y el análisis sobre la bifurcación de Hopf.

## ÍNDICE

	Pág
INTRODUCCIÓN.....	12
PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA .....	13
JUSTIFICACIÓN.....	14
OBJETIVOS.....	15
OBETIVOS GENERAL.....	15
CAPITULO 1. TEORÍA DE LA BIFURCACIÓN .....	16
1.1. RESEÑA HISTÓRICA .....	16
1.2. TEORÍA DE BIFURCACIONES .....	17
1.2.1. Bifurcación nodo silla de montar.....	17
1.2.2. Bifurcación de Hopf. ....	23
1.2.3. Bifurcación Supercrítica De Hopf. ....	23
1.2.4. Bifurcación Subcrítica De Hopf. ....	26
CAPITULO 2. MODELADO Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE UNA MICRO GRID DC CON CONTROL DROOP.....	28
2.1. INTRODUCCIÓN.....	28
2.2. FUNCIONAMIENTOS DE UNA MICRO GRIDS DC .....	29
2.3. CONTROL DROOP.....	30
2.4. CONTROL DROOP CON MÚLTIPLES FUENTES.....	32
2.5. MICRO GRIDS DC .....	35
2.6. CARGAS EN UNA MICRO GRIDS.....	35
CAPITULO 3. MODELOS DE UNA MICRO GRIDS DC .....	37
3.1. ESTRUCTURA Y CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL EN UNA MICRO RED. ....	37
3.1.1. Jerarquía de Control. ....	37
3.1.2. Control primario. ....	37
3.1.3. Control secundario.....	38
3.1.4. Control terciario.....	38
3.2. CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE. ....	38
3.3. FUENTES.....	40

3.4. MODELO DE CIRCUITO Y DINÁMICA DEL SISTEMA.....	40
CAPITULO 4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....	43
4.1. SISTEMAS POR UNIDAD .....	46
4.2. DISEÑANDO UN DC ESTABLE DE MG .....	50
4.3. BIFURCACIONES SILLA–NODO .....	56
4.4. BIFURCACIONES HOPF .....	57
CONCLUSIONES.....	62
TRABAJOS A FUTUROS.....	62



## TABLA DE FIGURAS.

	<b>Pág</b>
figura 1: analogía de la caja con respecto a su peso.[1] .....	17
figura 2: Variación de la variable $r$ .....	18
figura 3 Variación de $r$ de $(-r$ hasta $+r)$ . [1] .....	19
figura 4: Parámetros, $r$ vs $x$ .....	19
figura 5: Parámetros $x$ vs $r$ .....	20
figura 6: Ejemplo 1.3.1. [1] .....	20
figura 7: Variación de $f(x)=r-x$ y $f(x)=-e^{(-x)}$ .....	21
figura 8: Recuadro semi parabólico. [1] .....	23
figura 9:Estabilidad de bifurcación Hopf. [1].....	23
figura 10: Sistema físico que se establece en equilibrio a través de oscilaciones exponencialmente. [1] .....	24
figura 11: Retratos de fase para $\mu$ . [1] .....	25
figura 12: Bifurcaciones de Hopf. [1].....	27
figura 13: Micro grids con los subsistemas fuente y carga resaltados. [8] .....	29
figura 14: Dos fuentes en paralelo alimentan una carga común y su circuito equivalente de Thevenin. [8] .....	30
figura 15: Control de caída. [8] .....	31
figura 16: Circuito de $N$ fuentes a un circuito equivalente. [9] .....	32
figura 17: CPL. [8] .....	39
figura 18: Modelos de CPL lineales e ideales para representar convertidores POL. [8].....	39
figura 19: Fuentes de modelos. (a) Control de MPPT. (b) Control de caída.....	41
figura 20: Configuración del circuito DC MG y su modelo de circuito equivalente. ....	41
figura 21. CORRIENTE en valor por unidad en condiciones iniciales.....	52
figura 22: Valor de la corriente y tensión para el punto de equilibrio.....	53
figura 23: $V_{bus}$ VS $I_s$ en su punto de equilibrio y su estabilidad. ....	53
figura 24: Región de estabilidad de la figura 20 en el punto 1.....	54
figura 25: Región de estabilidad de la figura 20 para $P=0.5$ .....	54
figura 26: Región de estabilidad de la figura 20 para $P=1.2$ .....	55
figura 27: Región de estabilidad de la figura 20 en el punto 2.....	55
figura 28: Región de estabilidad de la figura 20 para $P=3.2$ .....	56
figura 29 : Bifurcación Silla–Nodo. [ 29].....	56

figura 30: Bifurcación Hopf: (a)Supercrítica, (b)Subcrítica. [ 29] .....	58
figura 31: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=0.1$ PU .....	58
figura 32: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=0.5$ PU .....	59
figura 33: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=1$ PU .....	59
figura 34: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=1.3$ PU .....	60
figura 35: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=1.41$ PU .....	60
Figura 36: Retrato de fase de un sistema de caso II cuando $P=1.45$ PU .....	61

## LISTA DE TABLAS

	Pág
Tabla 1 PARÁMETROS DE SIMULACIÓN DE CIRCUITO DE UN MICROGRIDO DE 380 V DC.....	44

## INTRODUCCIÓN

Se podría decir que los sistemas dinámicos son un área "reciente" de las matemáticas, aunque se remontan a Newton con sus estudios de Mecánica Celeste, y a Henri Poincaré, quien inició el estudio cualitativo de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, fue hace apenas unos 40 años que los sistemas dinámicos se establecieron como un área propiamente dicha, gracias al trabajo destacado de matemáticos e ingenieros como: S. Smale, V. Arnold, Lyapunov, entre otros, uno de los mayores problemas de la teoría de sistemas dinámicos es analizar el comportamiento transitorio y de estado estable de un sistema definido por un conjunto de ecuaciones diferenciales. [1] [ 25]

Una micro-grids es una red de distribución aislable y operable en isla, caracterizada por ser altamente observable y controlable, teniendo la capacidad de proveer de energía a una pequeña comunidad, cuyo tamaño puede ser variable (generalmente se considera una micro-grids si el tamaño es menor de 50 MW). Adicionalmente, las micro-grids no están planificadas ni gestionadas de forma centralizada. [ 26]

Los sistemas eléctricos de potencia, se ven hoy en día influenciados por nuevos sistemas como las micro grids DC, esto se debe a la facilidad de integración de las energías renovables y al crecimiento en particular de las cargas electrónicas en el sistema, lo que hace que la distribución de energía DC, se una opción para construir un sistema más eficiente. Pero una de las grandes dificultades es la interconexión de los sistemas DC a AC, como también control de la estabilidad de los parámetros de la red como tensión potencia etc.

Se sabe que los sistemas de energía distribuida DC presentan una serie de criterios y de características que permite estudiar la dinámica del sistema, para así poder evidenciar su comportamiento cuando este presenta una problemática u otro comportamiento como por ejemplo el aumento de la demanda, estas circunstancias nos lleva a verificar como se presenta la estabilidad es decir la aparición y desaparición de soluciones estables, también llamados puntos de equilibrio, cuando uno de los parámetros del sistema es modificado, por estas circunstancias se plantea realizar un estudio basándonos en la teoría de la bifurcación de Hopf para así razonar en el comportamiento del sistema.

## PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA

Las micro-grids se enmarcan en el entorno de la generación distribuida, donde las fuentes de energía utilizadas pueden ser tanto de carácter renovable (generadores eólicos, tecnología fotovoltaica y fototérmica, biomasa...) como de carácter no renovable (generadores diésel o de gas natural, pilas de combustible, etc.), todas ellas, trabajando conjuntamente con equipos de almacenamiento, como bancos de condensadores o baterías. Dado que la generación se realiza de forma local, se reducirían las pérdidas de energía en las grandes líneas de distribución. Como complemento a las ventajas medioambientales, las micro-grids también presentan numerosas ventajas técnicas y económicas [20]

Es necesario tener en cuenta que las micro-grids presentan aún inconvenientes que han de ser considerados. En primer lugar, los elevados costes de inversión, seguido del carácter intermitente del suministro energético renovable y la relativamente corta vida útil de los equipos de almacenamiento, y las aplicaciones de nuevos sistemas que traen problemas de estabilidad.

Por lo tanto, se, realizara un análisis que tiene como problema la estabilidad en las micro-grids, para el análisis de esta problemática se plantea un estudio basado en la teoría de bifurcación [24] que tiene de interés, los estudios uniparamétricos como dependencia de los parámetros y de la estructura cualitativa, que presentara modificaciones a medida que los parámetros varíen, proporcionando modelos de transición o de inestabilidad.[21],[22], y [23]

Con base en estas dos ideas fundamentales se pretende realizar en este trabajo, un análisis a la estabilidad de las micro grids DC, obteniendo en si una respuesta cualitativa para luego pódelas simular en un software, (en este caso XppAut”) que nos permita visualizar el fenómeno mientras se establecen algunas condiciones para la micro grids, y de esta manera poder concluir las respuestas obtenidas[8] y [21].

## JUSTIFICACIÓN

La aplicación de la teoría de la bifurcación de Hopf nos permite entender la complejidad y comportamientos de los sistemas dinámicos no lineales, como es expide en la expresión ( 43) y ( 44) de este trabajo que representa el sistema dinámico de la figura 20. Esta teoría nos permite analizar de manera cualitativa como pude evolucionar los sistemas de energía distribuida DC en sus límites de estabilidad, para poder lograr tener un control de estos sistemas como fenómenos de estabilidad y prevención de irregularidades como el colapso de tensión.

## **OBJETIVOS**

### **OBJETIVOS GENERAL**

Realizar un análisis de estabilidad para una micro grids DC aisladas, usando la teoría de bifurcación.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Estudiar los conceptos acerca de la teoría de bifurcación en los sistemas dinámicos.
- Establecer un modelo que describa el comportamiento del sistema. Para convertirlo en un sistema descrito sólo por ecuaciones diferenciales ODE para poder utilizar un proceso estándar de cálculo.
- Modelar las expresiones ODE en un simulador para evidenciar la estabilidad y analizar la bifurcación de Hopf, en el software XppAut.

## **CAPITULO 1.**

### **TEORÍA DE LA BIFURCACIÓN**

La teoría de bifurcación se centra en el estudio de los cambios de las estructuras cualitativas o topológicas de los sistemas representados en modelos matemáticos, que se describen en conjuntos de ecuaciones. Esta teoría tiene una importancia y factibilidad en el área de las ingenierías y la física.

Esta teoría tiene como fundamento estudiar, el conjunto de ecuaciones matemáticas presentadas por dichos sistemas, como por ejemplo un conjunto de curvas representadas por un campo vectorial, la bifurcación se presenta en sistemas dinámicos y existe cuando se presenta una pequeña variación en sus parámetros del conjunto de ecuaciones, permitiendo un brusco cambio en su estructuración o modificando de su comportamiento, la bifurcación se puede producir en sistemas continuos o discretos. [1]

#### **1.1. RESEÑA HISTÓRICA**

La aplicación de la teoría de bifurcaciones se ha fomentado en diferentes países para analizar la estabilidad de sus sistemas. En países como México se ha estudiado la bifurcación de ríos con modelación numérica para revisar y producir el funcionamiento hidráulico de las bifurcaciones de los ríos, dichas bifurcaciones se forman aguas abajo de los ríos para así emplear un modelo numérico que permita calcular la distribución del gasto en bifurcaciones con hipótesis de flujo de unidimensional a superficie libre, en régimen no permanente y causas cuyas secciones transversales son de forma irregular [2]. En España en el área de la medicina, el análisis numérico de flujo sanguíneo en la bifurcación de la arteria coronaria izquierda sea analizado las enfermedades cardiovasculares constituyen la primera causa de muerte en España las grandes bifurcaciones coronarias están predisuestas a la aparición de aterosclerosis (Nichols and O'Rourke. 1998 Asakura and Karino 1990; DeBakey et al 1985) debido a los factores como el aorta WS.[3] En Colombia se han realizado investigaciones como Análisis hidrodinámico de bifurcaciones empleando herramientas de la dinámica de fluidos computacional que tiene la implementación en llevar a cabo diferentes simulaciones numéricas que permitieron conocer el comportamiento del flujo que se presenta en una bifurcación y se influye en el porcentaje de sólidos captados. Mediante el software ANSYS FLUENT se generan perfiles, campos y contornos tanto para la velocidad como la superficie libre los cuales permitieron describir el comportamiento de las zonas que caracterizan el flujo en una bifurcación y sus cambios entre las variaciones en el ángulo y las caídas captadas. [3] Otros estudios en Colombia como en Bifurcaciones en un Sistema de Tráfico Vehicular este describe la dinámica de un solo vehículo que se desplaza a través de una secuencia de semáforos que se enciende y se apagan con una frecuencia específica, el modelo incluye tres modelos dinámicos, acelerado, desacelerado y nulo. Además, se muestra la descripción del modelo matemático utilizado para simular el sistema la simulación se desarrolló bajo un esquema basado en eventos e implementados en Matlab, en cuanto al análisis numérico se construyeron diferentes diagramas de bifurcación variando el ciclo del semáforo. [4] Aplicación de la teoría de bifurcaciones al análisis de estabilidad de un sistema



de potencia. El reciente desarrollo y el uso de controladores FACTS en el sistema de transmisión de energía, han llevado a que tengan muchas aplicaciones, no sólo para mejorar la estabilidad de la tensión de la red de potencia, sino también para proporcionar mayor flexibilidad operativa al sistema de energía, en el área que asiste la estabilidad de pequeña señal, se tienen dispositivos que controlan el voltaje de salida de las máquinas síncronas llamados reguladores automáticos de voltaje, AVR (Automatic Voltage Regulator por sus siglas en inglés) y sujetos a éstos los dispositivos, están los estabilizadores de sistemas de potencia, PSS (Power System Stabilizer) que brindan el amortiguamiento requerido para ayuda a los sistemas a recuperar su estabilidad en caso una contingencia.

Como se observa, la teoría de bifurcaciones ya ha sido usada ampliamente en los sistemas eléctricos de potencia.

## 1.2. TEORÍA DE BIFURCACIONES

Dada la trivialidad de la dinámica, ¿qué tiene de interesante los sistemas unidimensionales? Respuesta: Dependencia de los parámetros. La estructura cualitativa del flujo puede cambiar a medida que los parámetros varían. En particular, los puntos fijos se pueden crear o destruir, o su estabilidad puede cambiar. Estos cambios cualitativos en la dinámica se denominan bifurcaciones, y los valores de los parámetros en los que ocurren se llaman puntos de bifurcación, las bifurcaciones son importantes desde el punto de vista científico: proporcionan modelos de transiciones e inestabilidades, ya que algunos parámetros de control varían. Por ejemplo, considere el pandeo de una viga. Si se coloca un pequeño peso sobre la viga en la figura 1 la viga puede soportar la carga y permanecer vertical. Pero si la carga es demasiado pesada, la posición vertical se vuelve inestable y la viga puede doblarse.

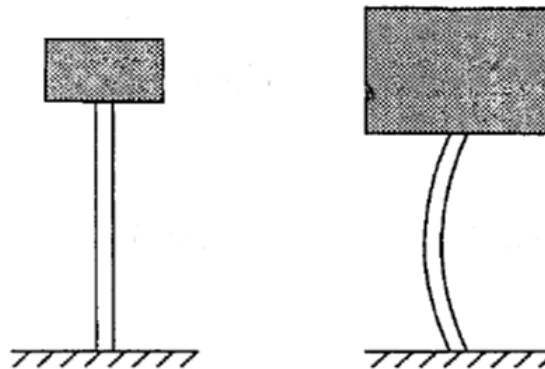


FIGURA 1: ANALOGÍA DE LA CAJA CON RESPECTO A SU PESO.[1]

Aquí el peso juega el papel del parámetro de control, y la desviación de la viga desde la vertical juega el papel de la variable dinámica  $x$ .

### 1.2.1. Bifurcación nodo silla de montar

La bifurcación del nodo de silla de montar es el mecanismo básico mediante el cual se crean y destruyen los puntos fijos. A medida que un parámetro varía, dos puntos fijos se mueven uno hacia el otro, chocan y se aniquilan mutuamente.

El ejemplo prototípico de una bifurcación de nódulos de silla de montar viene dado por el sistema de primer orden.

$$\dot{x} = r + x^2 \quad (1)$$

Donde  $r$  es un parámetro, que puede ser positivo, negativo o cero. Cuando  $r$  es negativo, hay dos puntos fijos, uno estable y otro inestable ver figura 2.

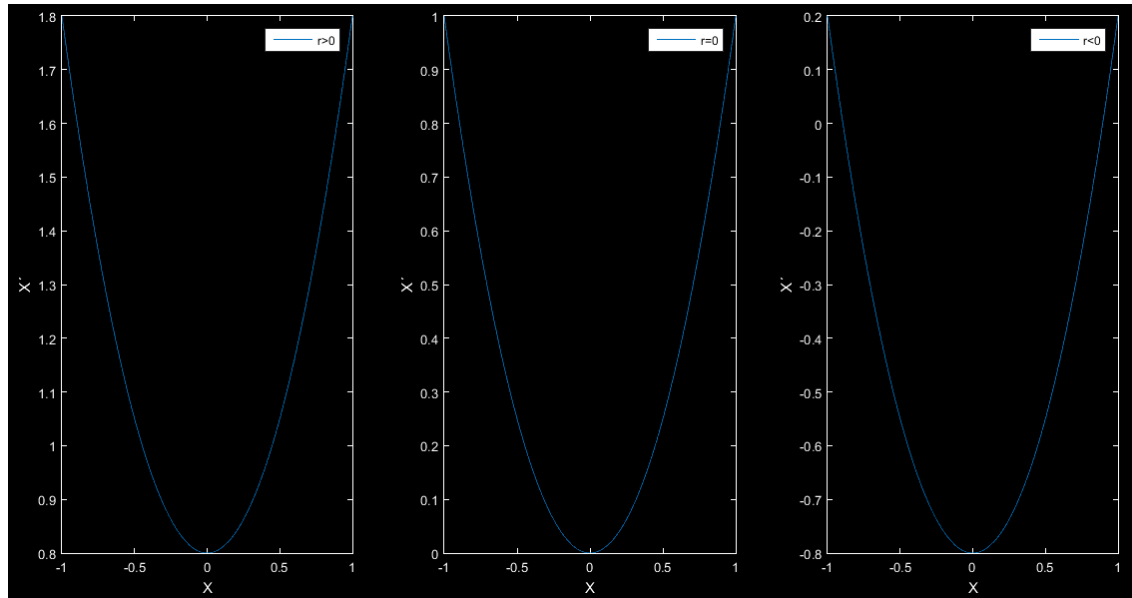


FIGURA 2: VARIACIÓN DE LA VARIABLE  $r$ .

Cuando  $r$  se acerca a 0 desde abajo, la parábola se mueve hacia arriba y los dos puntos fijos se mueven uno hacia el otro. Cuando  $r = 0$ , los puntos fijos se unen en un punto fijo medio estable en  $\dot{x} = 0$  figura 2. Este tipo de punto fijo es extremadamente delicado: desaparece tan pronto como  $r > 0$ , y ahora no hay puntos fijos en absoluto como se ve en la figura 2. En este ejemplo, decimos que ocurrió una bifurcación en  $r = 0$ , ya que los campos vectoriales para  $r < 0$  y  $r > 0$  son cualitativamente diferentes.

Hay varias otras formas de representar una bifurcación de nódulos de silla de montar. Podemos mostrar una pila de campos vectoriales para valores discretos de  $r$  en la figura 3.

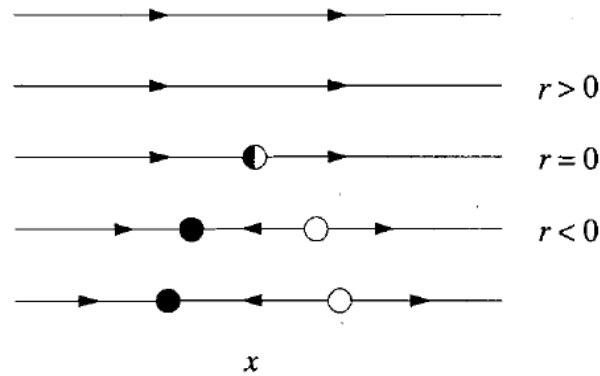


FIGURA 3 VARIACIÓN DE R DE (-R HASTA +R). [1]

Esta representación enfatiza la dependencia de los puntos fijos en  $r$ , en el límite de una pila continua de campos vectoriales, tenemos una imagen como la figura 4. La curva mostrada es  $r = -x^2$ , es decir,  $\dot{x} = 0$ , que da los puntos fijos para diferentes  $r$  para distinguir entre puntos fijos estables e inestables, usamos una línea continua para los puntos estables y una línea discontinua para los inestables.

Sin embargo, la forma más común de representar la bifurcación es invertir los ejes de la figura 4. El fundamento es que  $r$  desempeña el papel de una variable independiente, por lo que debe trazarse horizontalmente.

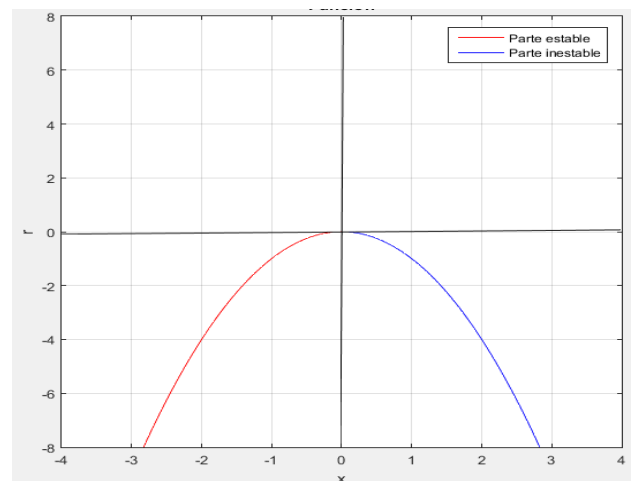


FIGURA 4: PARÁMETROS, R VS X.

figura 5. El inconveniente es que ahora el eje  $x$  tiene que ser trazado verticalmente, lo que parece extraño al principio, las flechas a veces se incluyen en la imagen, pero no siempre. Esta imagen se llama diagrama de bifurcación para la bifurcación nodo de silla. Parte inestable

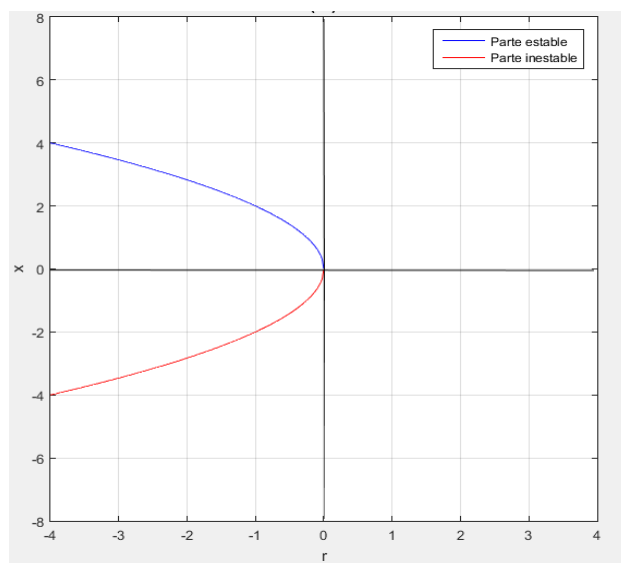


FIGURA 5: PARÁMETROS X VS R.

La teoría de la bifurcación está plagada de terminología conflictiva. El tema realmente no se ha establecido todavía, y diferentes personas usan diferentes palabras para la misma cosa. Por ejemplo, la bifurcación del nodo de silla de montar a veces se denomina bifurcación de pliegue (porque la curva en la figura 5 tiene un pliegue) o una bifurcación de punto de inflexión (porque el punto  $(x, r) = (0,0)$  es un "punto de inflexión"). Es cierto que el término nodo-silla no tiene mucho sentido para los campos vectoriales en la línea, el nombre deriva de una bifurcación completamente análoga vista en un contexto de dimensión superior como los campos vectoriales en el plano, donde los puntos fijos conocidos como sillines y nodos pueden colisionar y aniquilar.

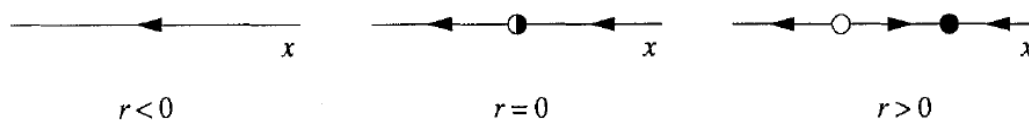


FIGURA 6: EJEMPLO 1.3.1. [1]

**Ejemplo 1.3.1:** Proporcione un análisis de estabilidad lineal de los puntos fijos en la figura 6.

**Solución:** Los puntos fijos para  $\dot{x} = f(x) = r - x^2$  están dados por  $x^* = \pm\sqrt{r}$  hay dos puntos fijos para  $r \geq 0$ , y ninguno para  $r < 0$ . Para determinar la estabilidad lineal, calculamos  $f'(x^*) = -2x^*$  entonces  $x^* = +\sqrt{r}$  es estable, ya que  $f'(x^*) < 0$ . Similarmente  $x^* = -\sqrt{r}$  es inestable en el punto de bifurcación  $r = 0$  encontramos  $f'(x^*) = 0$  la linealización se desvanece cuando los puntos fijos se unen.

**Ejemplo 1.3.2:** Muestre que el sistema de primer orden  $\dot{x} = r - x - e^{-x}$  experimenta una bifurcación de nódulo de asiento cuando  $r$  varía, y encuentre el valor de  $r$  en el punto de bifurcación.

**Solución:** Los puntos fijos satisfacen  $f(x) = r - x - e^{-x} = 0$ . Pero ahora nos encontramos con una dificultad, en contraste con el Ejemplo 1.3.1, no podemos encontrar los puntos fijos explícitamente como una función de  $r$ , en su lugar adoptamos un enfoque geométrico, un método sería graficar la función  $f(x) = r - x - e^{-x}$  para diferentes valores de  $r$ , buscar sus raíces  $x^*$  y luego dibujar el campo vectorial en el eje  $x$ , este método está bien, pero hay una manera más fácil el punto es que las dos funciones  $f(x) = r - x$  y  $f(x) = -e^{-x}$  tienen gráficos mucho más familiares que su diferencia  $r - x$  y  $e^{-x}$  entonces, trazamos  $r - x$  y  $e - x$  en la misma imagen figura 7a. Donde la línea  $r - x$  intersecta la curva  $e^{-x}$ , tenemos  $r - x = e^{-x}$  y por tanto  $f(x) = 0$ .

Por lo tanto, las intersecciones de la línea y la curva corresponden a puntos fijos para el sistema, esta imagen también nos permite leer la dirección del flujo en el eje  $x$ : el flujo es hacia la derecha donde la línea se encuentra sobre la curva, ya que tenemos  $r - x > e^{-x}$  y, por lo tanto,  $x > 0$ , por lo tanto el punto fijo de la derecha es estable y el de la izquierda es inestable.

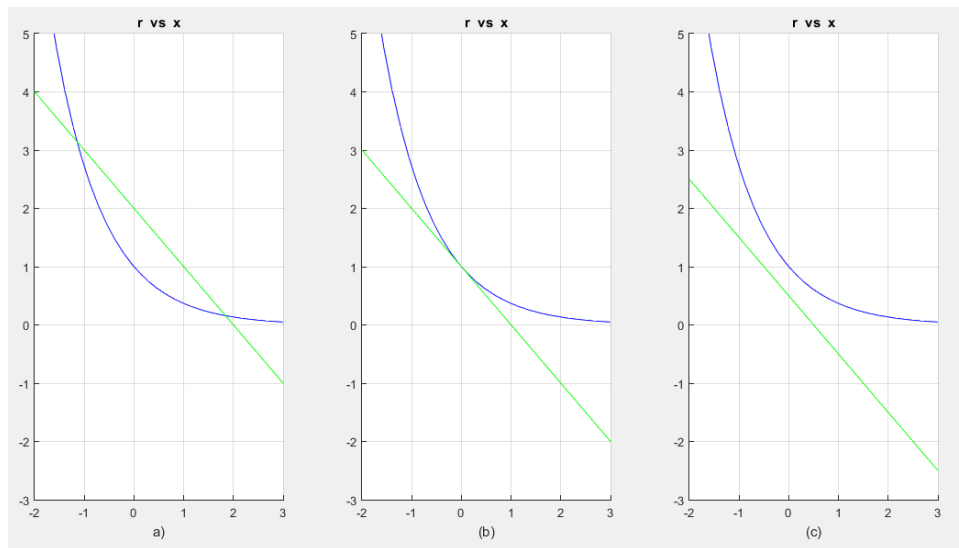


FIGURA 7: VARIACIÓN DE  $F(X)=R-X$  Y  $F(X)=-E^{(-X)}$ .

Ahora imagina que empezamos a disminuir el parámetro  $r$ . La línea  $r - x$  se desliza hacia abajo y los puntos fijos se acercan entre sí, en algún valor crítico  $r = r_c$ , la línea se vuelve tangente a la curva y los puntos fijos se unen en una bifurcación de nodo de silla figura 7b. Para  $r$  debajo de este valor crítico, la línea se encuentra debajo de la curva y no hay puntos fijos figura 7c.

Para encontrar el punto de bifurcación  $r_c$ , imponemos la condición de que las gráficas de  $r - x$  y  $e^{-x}$  se intersecten tangencialmente, así exigimos la igualdad de funciones y sus derivas:  $e^{-x} = r - x$  y  $\frac{d}{dx} e^{-x} = \frac{d}{dx} (r - x)$ . La segunda ecuación implica  $-e^{-x} = -1$ , entonces  $x = 0$ , entonces la primera ecuación arroja  $r = 1$  por lo tanto, el punto de bifurcación es  $r_c = 1$ , y la bifurcación ocurre en  $x = 0$ . [1]

- **Formas normales**

En cierto sentido, los ejemplos  $\dot{x} = r - x^2$  o  $\dot{x} = r + x^2$  son representativos de todas las bifurcaciones del nodo de silla de montar; por eso los llamamos "prototípicos" la idea es que, cerca de una bifurcación de nódulos de silla de montar, las dinámicas normalmente se parecen a  $\dot{x} = r - x^2$  o  $\dot{x} = r + x^2$  por ejemplo, considere el ejemplo 1.3.2 cerca de la bifurcación en  $x = 0$  y  $r = 1$ , usando la expansión de Taylor para  $e - x$  sobre  $x = 0$ , encontramos:

$$\dot{x} = r - x - e^x \quad (2)$$

$$\dot{x} = r - x - \left[ 1 - x + \frac{x^2}{2!} + \dots \right] \quad (3)$$

$$\dot{x} = (r - 1) - \frac{x^2}{2} + \dots \quad (4)$$

a la orden principal en  $x$  esto tiene la misma forma algebraica que  $\dot{x} = r - x^2$ , y se puede hacer para que coincida exactamente con los ajustes de escala apropiados de  $x$  y  $r$ , es fácil comprender por qué las bifurcaciones de los nódulos de silla de montar suelen tener esta forma algebraica, simplemente nos preguntamos: ¿cómo pueden dos puntos fijos de  $\dot{x} = f(x)$  chocar y desaparecer a medida que varía el parámetro  $r$ ? gráficamente, los puntos fijos ocurren cuando la gráfica de  $f(x)$  intercepta el eje  $x$ , para que una bifurcación de nódulos de silla de montar sea posible, necesitamos dos raíces cercanas de  $f(x)$ ; esto significa que  $f(x)$  debe tener un aspecto local "en forma de cuenco" o parabólica figura 8.

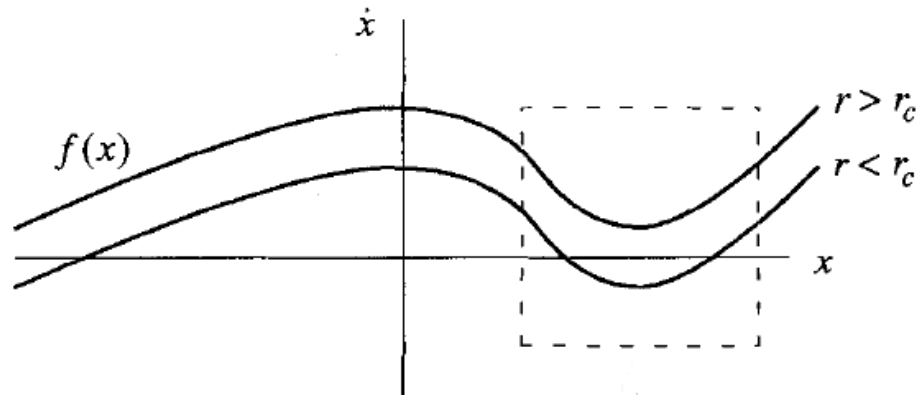


FIGURA 8: RECUADRO SEMI PARABÓLICO. [1]

### 1.2.2. Bifurcación de Hopf.

Supongamos que un sistema bidimensional tiene un punto fijo estable. ¿Cuáles son todas las maneras posibles en que podría perder estabilidad como un parámetro  $\mu$  varía? los valores propios del jacobiano son la clave, si el punto fijo es estable los valores propios  $\lambda_1, \lambda_2$  deben estar en el semiplano izquierdo  $\text{Re } \lambda < 0$ , dado que los  $\lambda$  satisfacen una ecuación cuadrática con coeficientes reales, hay dos imágenes posibles: Los valores propios son reales y negativos figura 9a o son conjugados complejos figura 9b. Para desestabilizar el punto fijo, necesitamos uno o ambos valores propios para cruzar en el semiplano derecho, ya que  $\mu$  varía.

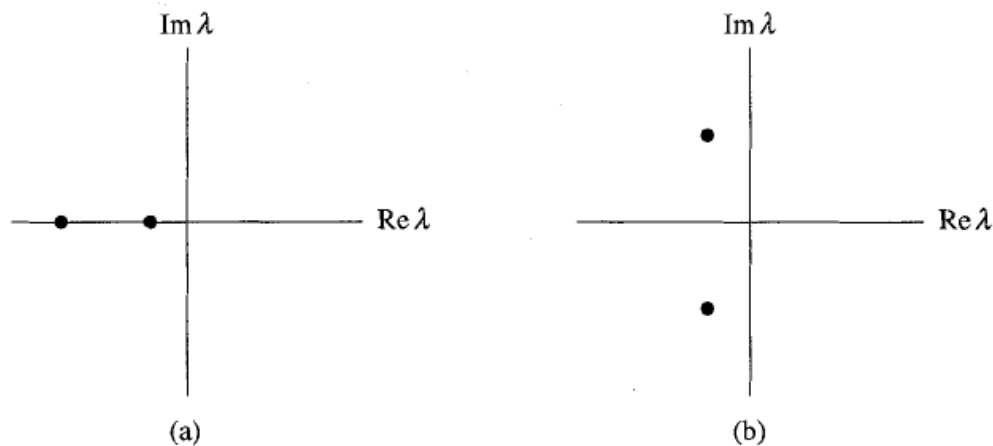


FIGURA 9: ESTABILIDAD DE BIFURCACIÓN HOPF. [1]

### 1.2.3. Bifurcación Supercrítica De Hopf.

Supongamos que tenemos un sistema físico que se establece en equilibrio a través de oscilaciones exponencialmente amortiguadas en otras palabras, las pequeñas perturbaciones se descomponen después de "sonar" por un tiempo figura 10a. Ahora suponga que la tasa de caída depende de un parámetro de control  $\mu$  si la descomposición se vuelve más lenta y finalmente cambia al crecimiento en un valor crítico, el estado de equilibrio perderá

estabilidad en muchos casos, el movimiento resultante es una oscilación de ciclo límite sinusoidal de pequeña amplitud sobre el estado estacionario anterior figura 10b. Luego decimos que el sistema ha sufrido una bifurcación Hopf supercrítica.

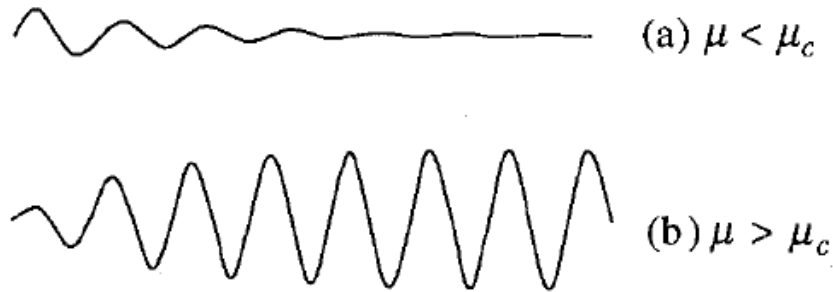


FIGURA 10: SISTEMA FÍSICO QUE SE ESTABLECE EN EQUILIBRIO A TRAVÉS DE OSCILACIONES EXPONENCIALMENTE. [1]

En términos del flujo en el espacio de fase, se produce una bifurcación supercrítica de Hopf cuando una espiral estable se convierte en una espiral inestable rodeada por un ciclo pequeño, casi elíptico. Las bifurcaciones de Hopf pueden ocurrir en espacios de fase de cualquier dimensión  $n \geq 2$ , pero como en el resto de este capítulo, nos restringiremos a dos dimensiones, un ejemplo simple de una bifurcación de Hopf supercrítica es dado por el siguiente sistema:

$$\dot{r} = \mu r - r^3 \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = \omega + br^2 \quad (6)$$

Hay tres parámetros:  $\mu$  controla la estabilidad del punto fijo en el origen,  $\omega$  da la frecuencia de las oscilaciones infinitesimales y  $b$  determina la dependencia de la frecuencia en la amplitud para las oscilaciones de mayor amplitud. La figura 11 representa los retratos de fase para  $\mu$  por encima y por debajo de la bifurcación. Cuando  $\mu < 0$ , el origen  $r = 0$  es una espiral estable cuyo sentido de rotación depende del signo de la enfermedad. Para  $\mu = 0$ , el origen sigue siendo una espiral estable, aunque muy débil: la descomposición es algebraicamente rápida, recuerde que la linealización predice erróneamente un centro en el origen, finalmente, para  $\mu > 0$  hay una espiral inestable en el origen y un ciclo de límite circular estable en  $r = \sqrt{\mu}$ .



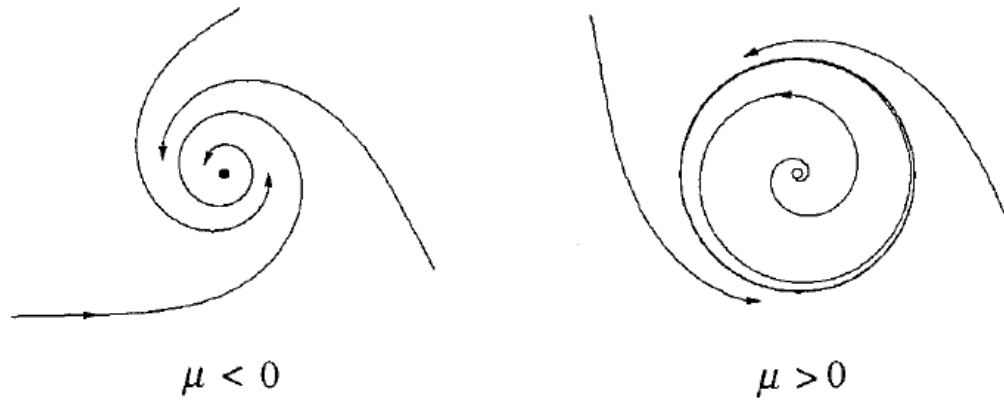


FIGURA 11: RETRATOS DE FASE PARA  $\mu$ . [1]

Para ver cómo se comportan los valores propios durante la bifurcación, reescribimos el sistema en coordenadas cartesianas esto hace que sea más fácil encontrar al jacobiano escribimos  $x = r \cos(\theta)$ ,  $y = r \sin(\theta)$  entonces.

$$\dot{x} = \dot{r} \cos(\theta) - r\dot{\theta} \sin(\theta) \quad (7)$$

$$\dot{x} = (\mu r - r^3) \cos(\theta) - r(\omega + r^2) \sin(\theta) \quad (8)$$

$$\dot{x} = (\mu - [x^2 + y^2])x - (\omega + b[x^2 + y^2])y \quad (9)$$

$$\dot{x} = \mu x - \omega y + \text{términos cúbicos} \quad (10)$$

y de manera similar.

$$\dot{y} = \omega x + \mu y + \text{términos cúbicos} \quad (11)$$

Así que el jacobiano en el origen es.

$$A = \begin{pmatrix} \mu & -\omega \\ \omega & \mu \end{pmatrix} \quad (12)$$

que tiene valores propios,

$$\lambda = \mu \pm i\omega \quad (13)$$

Como era de esperar, los valores propios cruzan el eje imaginario de izquierda a derecha a medida que  $\mu$  aumenta de valores negativos a valores positivos.

#### 1.2.4. Bifurcación Subcrítica De Hopf.

Las bifurcaciones de Hopf vienen en variedades supercríticas y subcríticas el caso subcrítico es siempre mucho más dramático y potencialmente peligroso en aplicaciones de ingeniería, después de la bifurcación las trayectorias deben saltar a un atractor distante, que puede ser un punto fijo u otro ciclo límite, infinito o en tres y mayores dimensiones un atractor caótico veremos un ejemplo concreto de este último caso, el más interesante, cuando estudiemos las ecuaciones de Lorenz, pero por ahora, consideremos el ejemplo bidimensional.

$$\dot{r} = \mu r - r^3 - r^5 \quad (14)$$

$$\dot{\theta} = \omega + br^2 \quad (15)$$

La diferencia importante respecto del caso supercrítico anterior es que el término cúbico  $r^3$  ahora está desestabilizador; ayuda a alejar las trayectorias del origen en el que se muestran los retratos de fase en la figura 12, para  $\mu < 0$  hay dos en los tractores, un ciclo límite estable y un punto fijo estable en el origen entre ellos se encuentra un ciclo inestable, que se muestra como una curva discontinua en la figura 12, es el jugador a observar en este escenario a medida que  $\mu$  aumenta, el ciclo inestable se aprieta como una sogá alrededor del punto fijo ¡un salto subcrítico! la bifurcación ocurre en  $\mu = 0$ , donde el ciclo inestable se reduce a amplitud cero y envuelve el origen, haciéndolo inestable, para  $\mu > 0$  el ciclo límite de amplitud es de repente el único atractivo en las soluciones urbanas que solían permanecer cerca del origen y ahora se ven obligados a crecer en oscilaciones de gran amplitud, el estudio de la dinámica de los sistemas de potencia eléctrica es también utilizando en la teoría de bifurcaciones.

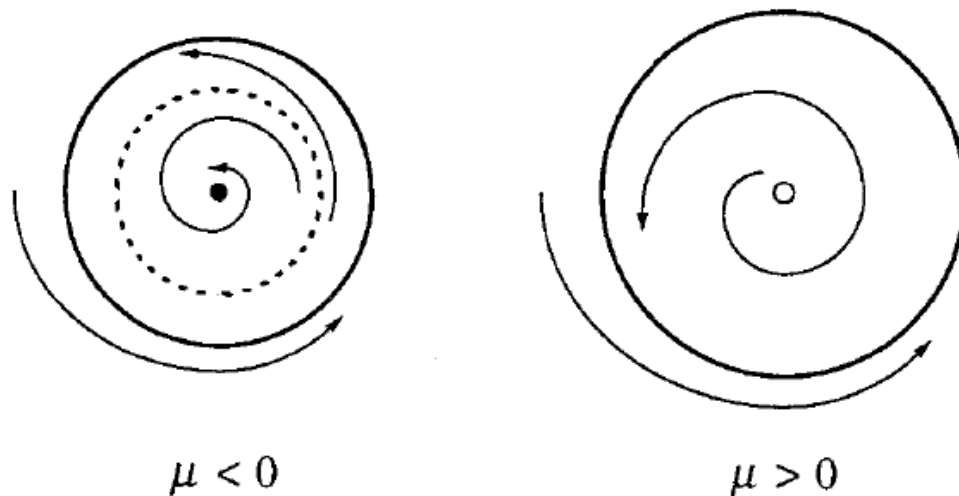


FIGURA 12: BIFURCACIONES DE HOPF. [1]

Los sistemas de potencia eléctrica se encuentran entre los sistemas ingenieriles de mayor complejidad que existen en la actualidad debido a los fenómenos dinámicos que contienen una gran complejidad, por esta razón es que no se encuentran con sus herramientas apropiadas para lograr un análisis correctamente ya que se obtienen expresiones no lineales y también de otros factores como el crecimiento de la demanda y restricciones económicas.

Por estas circunstancias los sistemas eléctricos de potencias se ven a operar en sus límites de estabilidad, quedando más vulnerables a perturbaciones en las condiciones de operación, por todas estas razones resulta de interés estudiar el comportamiento del mismo ante variaciones en sus parámetros, como por ejemplo el consumo de una carga o la ganancia de un controlador, de manera de retratar los posibles escenarios dinámicos derivados de tales variaciones.

El estudio de la dinámica de los sistemas de potencia eléctrica utilizando la teoría de bifurcaciones, para ello se analizan los distintos comportamientos dinámicos que exhibe el sistema ante variaciones cuasi estacionarias en los parámetros para el estudio de los cambios cualitativos en la dinámica (bifurcaciones) originados por tales variaciones en este sentido, en determinados casos es posible asociar el fenómeno de colapso de voltaje a la ocurrencia de una bifurcación silla-nodo, como consecuencia de dicha singularidad el punto de operación desaparece al aumentarse la potencia reactiva consumida por la carga y a raíz de ello las tensiones caen súbitamente dando origen al colapso de voltaje, otro fenómeno característico de índole no lineal son las oscilaciones sostenidas, que en muchas ocasiones pueden ser explicadas mediante el análisis de la bifurcación de Hopf, en esta singularidad el punto de equilibrio se vuelve inestable y el sistema experimenta una oscilación estable o ciclo límite, nótese que esto implica que todas las variables del sistema de potencia oscilan de manera sostenida y dependiendo de la amplitud puede ser nocivo para la operación del mismo, previo al estudio de los sistemas de potencia se analiza la dinámica de un circuito oscilador eléctrico que puede ser considerado como una plataforma de ensayos para profundizar los conocimientos e investigar acerca de interacciones entre modos oscilatorios y resonancias para luego trasladarlos a los sistemas de potencia. [1]

## **CAPITULO 2.**

### **MODELADO Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE UNA MICRO GRID DC CON CONTROL DROOP.**

#### **2.1. INTRODUCCIÓN**

Las micro grids de corriente continua en son los sistemas de corriente continua son las más adecuadas para la integración de almacenamiento de energía, fuentes de energía renovables y alternativas porque casi todas ellos son en DC inherentemente, por otra parte las cargas electrónicas modernas tales como ordenadores y servidores en centros de datos, requieren de alimentación de DC incluso las cargas de CA tradicionales como induction motors se convierten en cargas de DC, cuando son impulsado por un variador de velocidad, se espera que esta tendencia de las micro grids se mantengan tantas veces sea posible para dar soluciones y para abordar el suministro de energía y para las preocupaciones ambientales.

La distribución de energía como las micro grids de DC está reanudando a la distribución de energía DC, se debe a la facilidad de integración de las energías renovables y la creciente participación de las cargas electrónicas en el sistema lo que hace que la distribución de DC sea una opción para construir sistemas más eficientes, y su la principal preocupación durante el diseño de una DC (MG) es su estabilidad y también poder lograr la integración entre las cargas y las fuentes, el principal elemento de una micro grids para suplir dichas circunstancias es el convertidor de potencia como se ilustra en la figura 13, los convertidores de potencia desacoplan las cargas y las fuentes de las perturbaciones y son los encargados además de ajustar los niveles de tensión requeridos por cada dispositivo en la red. [ 11]

Al hablar de control en términos generales lo primero que se debe tener en cuenta son los objetivos que se desean alcanzar por parte del sistema controlado se enfocan en convertir un tipo de energía en energía eléctrica y transportarla para servir plenamente la carga, también se debe tener en cuenta los altos niveles de calidad para el suministro de la manera más económica y con el menor impacto ambiental posible, en el caso de las (MG) al hablar de control se enfocará principalmente en el control de la generación distribuida, almacenamiento distribuido y las cargas; tanto la generación electrónicamente acoplada a la red como el almacenamiento serán tratadas como un único conjunto ya que sus controles electrónicos son bastante similares. [10]

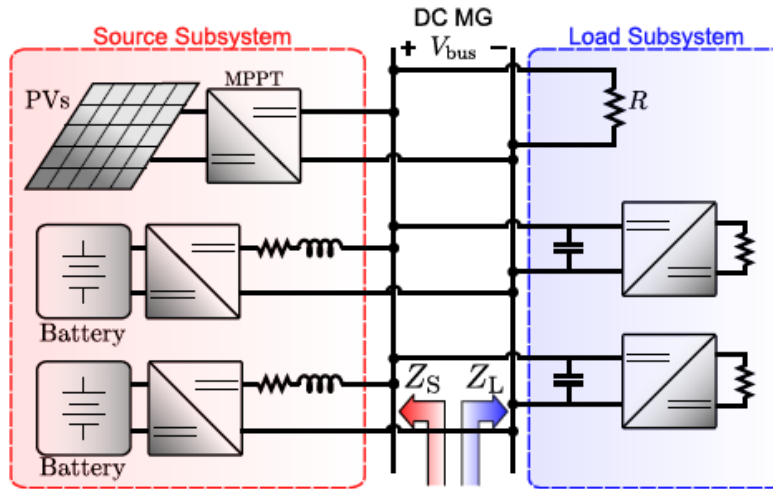


FIGURA 13: MICRO GRIDS CON LOS SUBSISTEMAS FUENTE Y CARGA RESALTADOS. [8]

## 2.2. FUNCIONAMIENTOS DE UNA MICRO GRIDS DC

El sistema opera en un esquema de control distribuido donde cada unidad tiene un control cuyo decisión se basa en las variables locales disponibles la estabilidad se obtiene comúnmente mediante fuentes en paralelo que controlan la tensión de  $V_{bus}$  en forma cooperativa, una de las práctica para lograr esto sin sobre cargar algunas fuentes es incluir una resistencia vertical en la salida del convertidor de energía de las fuentes, esta técnica conocida como control droop, este control aumenta la resistencia de salida de cada fuente lo que la aleja de una fuente ideal y en consecuencia, hay una mayor interacción entre las fuentes y las cargas, dicha interacción hace que la estabilidad de la tensión del  $V_{bus}$  sea más dependiente del tipo de carga acoplada al sistema. Además, las MG DC tienen cargas activas no lineales con una característica de que su es potencia constante en sus terminales de entrada que surgen de convertidores de punto de carga (POL) fuertemente regulados, comúnmente denominados cargas de potencia constante (CPL), la mayoría del análisis de estabilidad de DC es lineal y se basa en el criterio de Middlebrook y Cuk [12], debido a la facilidad para obtener la ganancia de bucle abierto del sistema, ya que solo se conoce la impedancia de salida del subsistema  $Z_s$  de origen y la impedancia de entrada del subsistema de carga  $Z_L$ , como se ilustra en la figura 13 dado que las MG DC tienen una alta inserción de cargas no lineales (CPL), dichas cargas deben linealizarse en un punto de operación de voltaje para poder utilizar estos métodos, esta linealización da como resultado un modelo compuesto por una resistencia negativa en paralelo con una fuente de corriente [13], que es adecuada para el análisis de estabilidad local, cerca del punto de operación de voltaje, en tal contexto, muchas investigaciones han abordado con éxito el problema de la inestabilidad de las cargas de potencia constantes utilizando el análisis de estabilidad lineal [14] sin embargo, se permite que una DC MG controlada por caída trabaje en niveles de tensión alejados del punto de linealización, lo que hace que el modelo de resistencia lineal negativa no sea adecuado para el análisis de estabilidad para todo el rango de posibles tensiones para superar este problema, el análisis de estabilidad no lineal se utiliza para predecir el comportamiento cualitativo global del sistema este enfoque modela los convertidores POL con una característica de potencia constante a cualquier voltaje de operación utilizando el modelo CPL ideal, que asume que la potencia de entrada

de un convertidor POL es constante e igual a la potencia demandada por la carga este modelo, aunque es conservador mantiene las no linealidades y se utiliza en este trabajo.

El principal problema de los análisis de estabilidad no lineal es el elevado número de ecuaciones diferenciales, que resulta demasiado complejo o no da mucha información acerca de cómo la interacción de las variables afecta la estabilidad.

### 2.3. CONTROL DROOP.

La fuente en un esquema de control distribuido opera cooperativamente para regular el voltaje del  $V_{bus}$ , pero surge un problema de compartir la carga, donde cada fuente debe proporcionar energía a la carga proporcional a su capacidad de energía, en tal contexto el uso compartido de la carga es fundamental para evitar que algunas fuentes se sobrecarguen, perdiendo la confiabilidad de los sistemas de energía distribuidos (DPS).

Para comprender la diferencia entre la energía suministrada desde fuentes paralelas, se analiza un circuito simplificado con dos fuentes que proporcionan energía a una carga dada, el análisis estático de dicho circuito simplificado se realiza modelando las fuentes de energía como una fuente de voltaje  $V_i$  en serie con una resistencia de caída de salida  $R_{di}$ , como se ilustra en la figura 14.

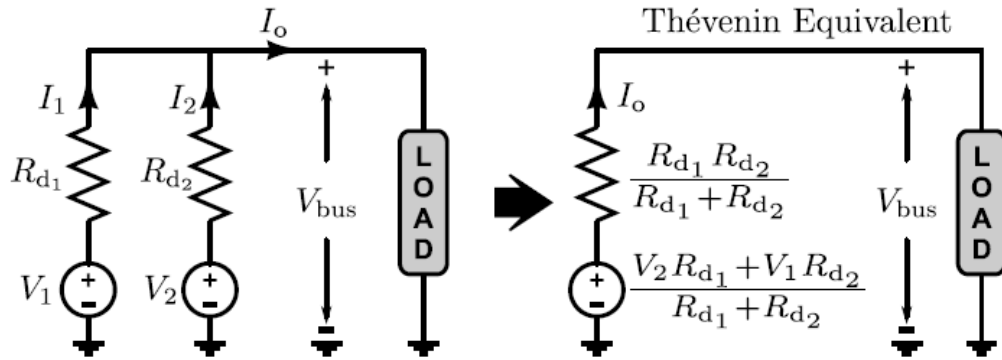


FIGURA 14: DOS FUENTES EN PARALELO ALIMENTAN UNA CARGA COMÚN Y SU CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN. [8]

La diferencia de corriente suministrada por cada fuente es:

$$I_1 - I_2 = \frac{2(V_1 - V_2)}{R_{d1} + R_{d2}} + \frac{(R_{d2} - R_{d1})I_o}{R_{d1} + R_{d2}} \quad (16)$$

Se puede observar en (16) que la diferencia en la corriente proporcionada por cada fuente es inversamente proporcional a  $(R_{d1} + R_{d2})$  por lo tanto, a medida que aumentan las resistencias de salida  $R_{di}$ , aumenta el denominador de (16) y, por consiguiente, se mejora la carga compartida.

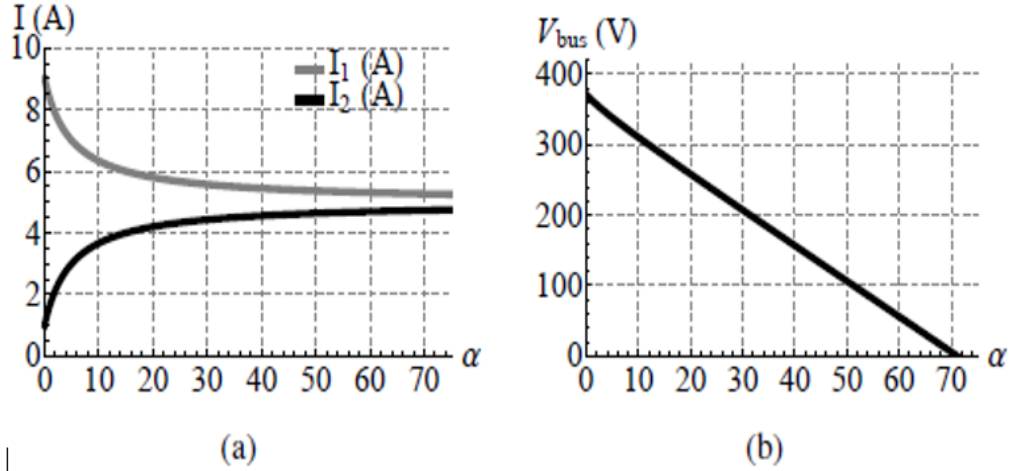


FIGURA 15: CONTROL DE CAÍDA. [8]

Nota: De la figura 15 se puede deducir que la carga compartida y la regulación de la tensión del  $V_{bus}$  mediante el control droop; (a) carga compartida, ya que las resistencias de salida de las fuentes aumentan en un factor de  $\alpha$  (b) Degradación de la tensión del  $V_{bus}$  a medida que aumenta  $\alpha$ .

Por lo tanto, la idea principal del control droop es aumentar la resistencia de salida para reducir la diferencia entre las corrientes, tal como muestra en la figura 15 (a) el intercambio de corriente de dos fuentes de energía a medida que las resistencias de salida aumentan gradualmente en un factor de  $\alpha$ , las fuentes de alimentación alimentan una carga de 10 A con el mismo voltaje de referencia ( $V_1 = V_2$ ) y resistencias de salida de  $R_{d1} = (1 + \alpha)\Omega$  y  $R_{d2} = (9 + \alpha)\Omega$ .

Es importante mencionar en la figura 15 (a) que las corrientes de cada fuente se acercan a medida que aumentan las resistencias de salida por otro lado, al aumentar las resistencias de salida degrada la regulación de la tensión del  $V_{bus}$  porque aumenta la resistencia de Thevenin  $R_d$ , ya que se hace explícita por la ecuación obtenida del circuito equivalente de Thevenin en la figura 14

$$V_{ref} = \frac{V_1 R_{d2} + V_2 R_{d1}}{R_{d1} + R_{d2}} \quad (17)$$

$$R_d = \frac{R_{d2} * R_{d1}}{R_{d1} + R_{d2}} \quad (18)$$

$$V_{bus} = V_{ref} - R_d * I_o \quad (19)$$

Por lo tanto, existe una compensación entre la regulación de voltaje y la carga compartida. Se muestra en la figura 15 (b) la degradación de la tensión del  $V_{bus}$  como una función de  $\alpha$  cuando dos fuentes están alimentando una carga de corriente constante (CCL), este análisis puede extenderse a varias fuentes en paralelo que operan en control droop y al conectarse al  $V_{bus}$  mediante una línea de transmisión, como se describe en el siguiente tema.

## 2.4. CONTROL DROOP CON MÚLTIPLES FUENTES

La estructura MG con múltiples fuentes en paralelo conectadas a una carga común a través de líneas de transmisión, como se ilustra en la figura 16, cada fuente bajo control droop se modela como una fuente de voltaje ideal  $V_i$  en serie con una resistencia de caída virtual  $R_{bi}$  y cada línea de transmisión como resistencia  $R_{ti}$  en serie con una inductancia  $L_{ti}$ .

Las resistencias de las líneas de caída y transmisión están en serie ver en la figura 16, y se pueden representar con una resistencia equivalente única.

$$R_{bi} = R_{ti} + R_{ti} \quad (20)$$

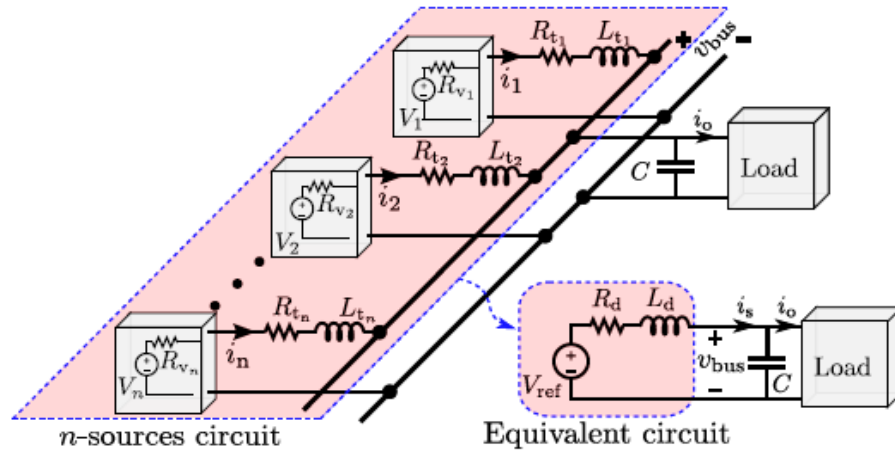


FIGURA 16: CIRCUITO DE N FUENTES A UN CIRCUITO EQUIVALENTE. [9]

El objetivo es controlar la resistencia de salida de la fuente, por lo que la resistencia virtual está diseñada para ser  $R_{vi} \gg R_{ti}$ , lo que implica.

$$R_{vi} \approx R_{ti} \quad (21)$$

Con respecto a la misma tensión de referencia  $V_{ref}$  para todas las fuentes en paralelo sean,



$$V_{\text{ref}} = V_1 = V_2 = \dots = V_n \quad (22)$$

y bajo la condición de que,

$$\frac{R_{d1}}{L_{d1}} \approx \frac{R_{d2}}{L_{d2}} \approx \dots \approx \frac{R_{dn}}{L_{dn}} \quad (23)$$

se puede mostrar que el subsistema fuente se puede aproximar mediante una resistencia equivalente  $R_d$  y  $L_d$  en serie con una fuente de voltaje ideal, como se ilustra en la figura 16.,

Al utilizando el control droop, el modelo equivalente está cerca del modelo de n fuentes (n ecuaciones diferenciales) si la longitud de las líneas y la capacidad de potencia de las fuentes son similares, lo que es una situación común en las MG de pequeña DC.

Para probar que el subsistema fuente se puede aproximar mediante una sola ecuación diferencial, usamos la condición ( 21) junto con el modelo de n-fuentes, por lo tanto, cada línea de transmisión se convierte en una ecuación diferencial dada por:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_{t1}} (V_{\text{ref}} - V_{\text{bus}}) - \frac{R_{d1}}{L_{t1}} * i_1 \quad (24)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_{t2}} (V_{\text{ref}} - V_{\text{bus}}) - \frac{R_{d2}}{L_{t2}} * i_2 \quad (25)$$

.

.

.

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{1}{L_{tn}} (V_{\text{ref}} - V_{\text{bus}}) - \frac{R_{dn}}{L_{tn}} * i_n \quad (26)$$

Además, la corriente total proporcionada por las fuentes, indicada por  $i_s$ , es la suma de las corrientes de cada línea de transmisión,

$$i_s = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (27)$$

Por lo tanto, la suma de las n ecuaciones diferenciales en ( 23) se describe como,

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n i_n \quad (28)$$

que puede ser representado como:

$$\frac{di_n}{dt} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_{ti}} \right) (V_{ref} - V_{bus}) - \left( \sum_{i=1}^n \frac{R_{di}}{L_{ti}} \right) * i_i \quad (29)$$

La condición de sustitución ( 22) en ( 26) da como resultado la ecuación diferencial aproximada:

$$\frac{di_s}{dt} \approx \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_{ti}} \right) (V_{ref} - V_{bus}) - \frac{R_{di}}{L_{ti}} * i_s \quad (30)$$

Para elegir la relación  $R_{di}/L_{ti}$  en ( 27) de todas las posibilidades de la condición ( 22) una buena opción es un valor estimado dado por la relación de  $R_{d\mu}$  y  $L_{t\mu}$ :

$$\frac{R_{d1}}{L_{d1}} \approx \frac{R_{d\mu}}{L_{t\mu}} \quad (31)$$

Donde  $R_{d\mu}$  y  $L_{t\mu}$  son la media aritmética de  $R_{d1}$  y  $L_{d1}$ , respectivamente:

$$R_{d\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{di}}{n} \quad y \quad L_{t\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n L_{ti}}{n} \quad (32)$$

Multiplicando en ambos lados de ( 27) por se obtiene:

$$L_d = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{L_{ti}}} \quad (33)$$

Se obtiene y utilizando ( 28) se obtiene:

$$L_d \frac{di_n}{dt} = (V_{ref} - V_{bus}) - \frac{R_{d\mu} * L_d}{L_{t\mu}} * i_s \quad (34)$$

Por lo tanto, el circuito equivalente en la figura 20 se describe analíticamente por (31) cuando se describe a continuación:

$$L_d \frac{di_n}{dt} = (V_{ref} - V_{bus}) - R_a * i_s \quad (35)$$

Donde:

$$R_a = \frac{R_{d\mu} * L_d}{L_{t\mu}} \quad (36)$$

## 2.5. MICRO GRIDS DC

Se entiende como micro grids eléctrica a aquel “sistema de generación eléctrica bidireccional que permite la distribución de electricidad desde los proveedores hasta los consumidores, utilizando tecnología digital y favoreciendo la integración de las fuentes de generación de origen renovable, con el objetivo de ahorrar energía, reducir costos e incrementar la fiabilidad”.

Los elementos de los que consta una micro grids son: sistemas de generación distribuida, sistemas de almacenamiento de energía, técnicas para la gestión de cargas, sistemas de monitorización y control del flujo de potencia, y técnicas y procedimientos de mantenimiento preventivo, se definen que la micro grids comprende una porción de un sistema de distribución de energía eléctrica que es localizado después de la subestación de distribución hacia la carga, y esto incluye una variedad de unidades de recursos energéticos distribuidos y diferentes tipos de usuarios finales de electricidad y/o calefacción, los recursos energéticos distribuidos incluyen la generación distribuida y el almacenamiento distribuido con diferentes capacidades y características, el punto de conexión eléctrica de la micro grids al sistema de utilidad, en el  $V_{bus}$  de baja tensión del transformador de la subestación, constituye el punto de acoplamiento común (PCC) en la micro grids. [7],[5]

## 2.6. CARGAS EN UNA MICRO GRIDS

Una micro grids puede servir a cargas eléctricas y/o térmicas, en modo conexión a la grids el sistema de distribución tradicional puede ser considerado como un sistema eléctrico “slack  $V_{bus}$ ” y suministrar/absorber cualquier variación de potencia en la energía generada por la micro red para mantener el equilibrio de potencia neta, la desconexión de cargas o generadores dentro de una micro red también es una opción si la potencia neta es de

importación o exportación, el cual tiene altos estándares basados en estrategias operacionales u obligaciones contractuales.

En modo autónomo o modo isla de operación, la desconexión de cargas o generadores es a menudo requerido para mantener el balance de potencia y consecuentemente estabiliza el voltaje/ángulo en la micro red por lo tanto, la estrategia operativa debe garantizar que las cargas críticas de la micro red reciban prioridad en el servicio además, la operación de la micro red debe acomodar funciones tales como diferenciación de servicio al cliente, mejora de la calidad de energía en cargas específicas y mejora de la confiabilidad de categorías de cargas preestablecidas, el control de carga también se puede ejercer para optimizar las clasificaciones de almacenamientos distribuidos y generadores distribuidos gestionables mediante la reducción de la carga máxima y un amplio rango de variaciones en la carga.

En la práctica, parte de una carga no sensible se puede considerar una carga controlable si se le introduce en una estrategia de control para dar una respuesta a la demanda y reducir la carga de pico específico y suavizar el perfil de carga, además para programar la carga que sirve para ciertos intervalos de tiempo, por ejemplo, cuando los generadores distribuidos estén disponibles para ser conectados o desconectados.

### **CAPITULO 3.**

#### **MODELOS DE UNA MICRO GRIDS DC**

Es el encargado de estabilizar el sistema restableciendo los valores nominales de tensión y frecuencia dentro de la micro red, también puede ser usado en el proceso de sincronización de la micro red a la red de suministro eléctrico, a continuación, se procederá a estudiar el control secundario:

Funciona en modo isla sin comunicación con un controlador central de microrred (MGCC) o incluso entre las fuentes, como se ilustra en la figura 13 por lo tanto, cada controlador de convertidor de potencia utiliza solo las variables locales disponibles la configuración se compone de los siguientes elementos:

Una fuente intermitente que opera en el punto de máxima potencia. seguimiento (MPPT).

Dos baterías de igual capacidad (control de caída).

Líneas de transmisión.

Cargas activas compuestas por convertidores POL.

Cargas resistivas.

Capacitancia del bus.

Los elementos más críticos para modelar en una DC MG son las fuentes, cuyo comportamiento depende de sus controladores y las cargas, especialmente los convertidores POL, en las siguientes subsecciones las fuentes y las cargas se modelan para respaldar el análisis de estabilidad.

### **3.1. ESTRUCTURA Y CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL EN UNA MICRO RED.**

#### **3.1.1. Jerarquía de Control.**

Al igual que en las redes de potencia, existe una clasificación para el proceso de control de las micro redes. Cada escalafón realiza una determinada función diferente dentro del control, sin embargo, es importante que cada uno de ellos actúe ordenadamente, esta clasificación se conoce como control primario, secundario y terciario.[18]

#### **3.1.2. Control primario.**

Este control está basado en droop control y es el encargado de administrar la cantidad de potencia activa y reactiva entregada por cada generador distribuido al punto de acople [18] en esencia su función es controlar el inversor de potencia.

### 3.1.3. Control secundario.

Es el encargado de estabilizar el sistema restableciendo los valores nominales de tensión y frecuencia dentro de la micro red, también puede ser usado en el proceso de sincronización de la micro red a la red de suministro eléctrico [18]. En esta categoría entran todas las técnicas PLL.

### 3.1.4. Control terciario.

Dependiendo de la cantidad de energía disponible en cada uno de los generadores distribuidos, de esta manera el control decide en qué momento importar o exportar energía [18]. en esta jerarquía el control este asociado a los convertidores que obtienen la energía de las fuentes de generación distribuida y la exportan al punto de conexión común, los convertidores más usados son los convertidores DC/DC, sin embargo, si se hace uso de generadores de alterna, es necesario el uso de convertidores AC/DC. Lo importante es garantizar el nivel DC en el enlace DC y la corriente necesaria para garantizar el nivel de potencia.

## 3.2. CARGAS DE POTENCIA CONSTANTE.

Cada carga en un DC MG necesita un nivel de voltaje específico para funcionar correctamente este hecho obliga al sistema a tener convertidores POL que estén estrechamente controlados para mantener un voltaje de salida constante, como se ilustra en la figura 17 (a) se supone que la potencia de salida del convertidor POL es igual a la potencia de entrada  $P_0 = P_i$ , por lo tanto los convertidores POL se comportan como CPL, porque la acción de control reduce la corriente de entrada si la tensión de entrada aumenta y viceversa [10]. Hay dos diferencias principales entre un CPL ideal y un convertidor POL, el primero ocurre cuando la tensión de entrada es menor o igual que la tensión de salida  $V_{th}$  diseñada (convertidor reductor con lazo de control de tensión) en esta situación, el control satura el ciclo de trabajo haciendo su característica de CPL, como se ilustra en la figura 17 (b) por lo tanto, una CPL ideal se representa matemáticamente como una fuente de corriente controlada por voltaje (VCCS). que el interruptor se mantenga cerrado, por lo que el convertidor POL se convierte en una carga pasiva, perdiendo

$$i(v) = \frac{P}{v} \quad (37)$$

y el convertidor POL como un VCCS por partes

$$i(v) = \begin{cases} \frac{P}{v}, & \text{si } v > V_{th} \\ \frac{P}{V_{th}^2} * v, & \text{si } v \leq V_{th} \end{cases} \quad (38)$$

La segunda diferencia se produce a altas frecuencias. Las CPL ideales responden por igual a cada frecuencia, mientras que los convertidores POL solo pueden responder a frecuencias dentro del ancho de banda de bucle cerrado, aunque esta función no está modelada en la función por partes en ( 33) dado que el modelo ideal de CPL no es lineal es común.

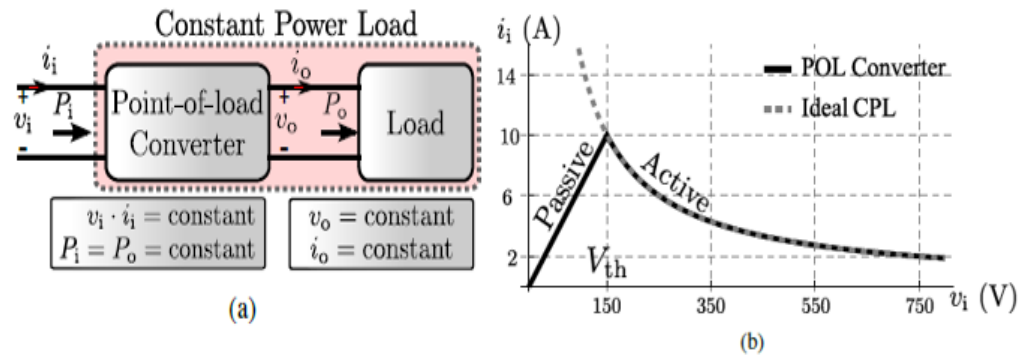


FIGURA 17: CPL. [8]

Nota: (a) Diagrama de bloques de un convertidor POL y sus voltajes y corrientes de entrada / salida; (b) Comportamiento de potencia constante de un convertidor reductor (380V-150V) que impulsa una carga resistiva de  $15\Omega$ .

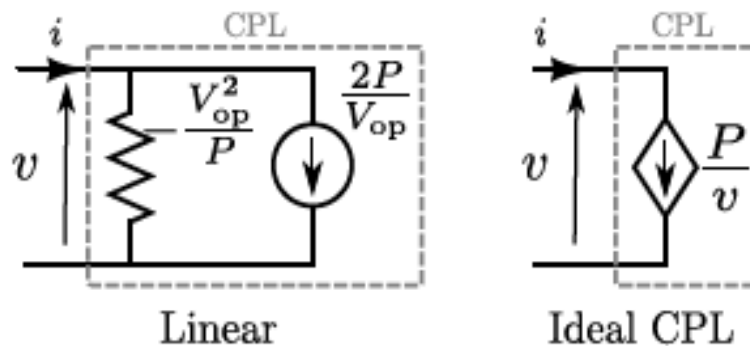


FIGURA 18: MODELOS DE CPL LINEALES E IDEALES PARA REPRESENTAR CONVERTIDORES POL. [8]

Práctica para linealizarlo en un punto de operación de voltaje  $V_{op}$ .

$$i(v) = i(V_{op}) \frac{di}{dv} (v - V_{op}) + O(v^2) \quad (39)$$

$$i(v) = i(V_{op}) \frac{di}{dv} (v - V_{op}) + O(v^2) \quad (40)$$

$$i(v) \approx 2 * \frac{P}{V_{op}} + \frac{v}{\frac{-V_{op}^2}{P}} \quad (41)$$

Tal linealización da como resultado una fuente de corriente en paralelo con una resistencia negativa, [ 27] [ 28] como se ilustra en la figura 18 el análisis de estabilidad lineal solo es válido para pequeñas desviaciones alrededor del punto de operación. Además, no es capaz de predecir el comportamiento global del sistema, lo que ayuda a definir una región de operación segura, por este motivo a lo largo de este trabajo, la estabilidad de la tensión del bus se obtiene a partir del análisis de bifurcación analítica utilizando el modelo de CPL ideal. Posteriormente, en la Sección V, se realiza un análisis de bifurcación numérica utilizando el modelo de CPL por piezas (convertidor de POL), como se ilustra en la figura 17 (b).

### 3.3. FUENTES

Las fuentes están conectadas a la MG a través de convertidores de potencia cuyo control determina su comportamiento, las fuentes bajo MPPT intentan maximizar la inyección de energía disponible a la MG independientemente del estado de la red como bajo condiciones climáticas constantes, el conjunto de PV y el convertidor de potencia se pueden modelar como fuente de energía constante (CPS) cuando son vistos por los terminales del  $V_{bus}$ , como se ilustra en la figura 19(a) esto significa que, a pesar de la variación en la tensión del  $V_{bus}$  la corriente proporcionada por el convertidor de potencia se adapta para seguir inyectando una potencia constante.

De manera las baterías bajo control droop tienen la función de trabajar cooperativamente para mantener estable el voltaje del  $V_{bus}$ . La característica de salida resistiva del controlador de caída se modela como una fuente de voltaje ideal en serie con una resistencia, como se ilustra en la figura 19(b).

### 3.4. MODELO DE CIRCUITO Y DINÁMICA DEL SISTEMA.

Las dos baterías en paralelo están conectadas al  $V_{bus}$  a través de líneas de transmisión cada batería y su convertidor de potencia están modelados como una fuente de voltaje ideal en serie con una resistencia, como se ilustra en la figura 19(b). Una (fotovoltaica) (PV)



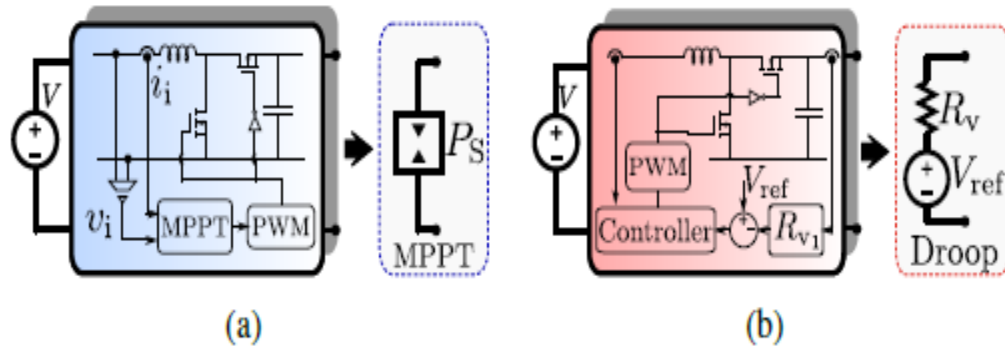


FIGURA 19: FUENTES DE MODELOS. (A) CONTROL DE MPPT. (B) CONTROL DE CÁIDA.

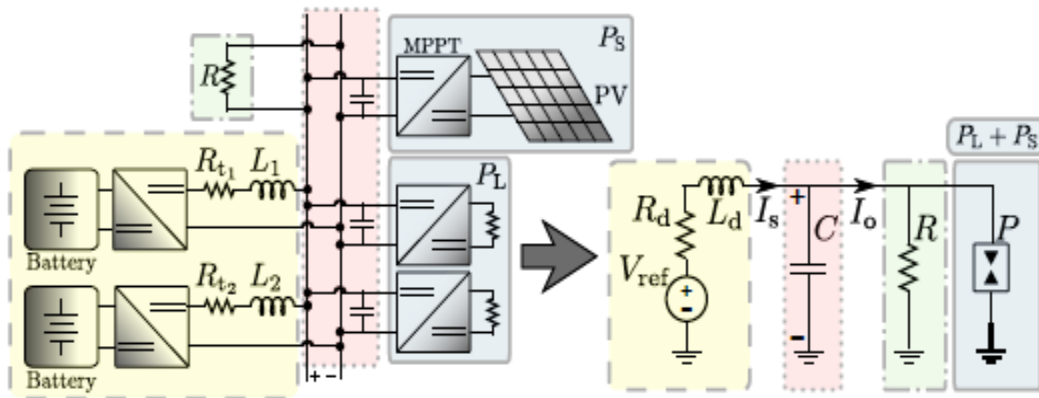


FIGURA 20: CONFIGURACIÓN DEL CIRCUITO DC MG Y SU MODELO DE CIRCUITO EQUIVALENTE.

El sistema funciona en MPPT y se comporta de manera similar a una CPL en el sentido de que inyecta la energía disponible a la red sin importar la estabilidad del sistema por lo tanto, las PV se consideran CPS y se modelan como se muestra en la figura 19 (a), la potencia total de las CPL (convertidores POL) en la MG es  $P_L$  (positiva) y la potencia total de las CPS (PV) es  $P_S$  (negativa) como las CPL y las CPS se comportan de la misma manera, pueden modelarse como una CPL concentrada que exige una potencia constante equivalente  $P$  dada por:

$$P = P_L + P_S, \quad P_L \geq 0 \quad \text{y} \quad P_S \leq 0. \quad (42)$$

Para analizar la estabilidad del sistema las fuentes en paralelo bajo control de inclinación y sus líneas de transmisión se modelan como una fuente de voltaje equivalente ( $V_{ref}$ ) en serie con una resistencia  $R_d$  y una inductancia  $L_d$  dada por ( 33) y ( 30) respectivamente. Las capacitancias de entrada de los convertidores POL y un banco de capacitores conectados al  $V_{bus}$  están representados por una capacitancia concentrada (C), donde (C) es la suma de todas las capacitancias en paralelo, así el sistema a estudiar y su modelo se representan en la figura 20 en la que P, R y C corresponden al CPL equivalente, a la carga resistiva y a la capacitancia concentrada respectivamente.

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{L_d} (V_{ref} - v_{bus} - R_d * i_s) \quad (43)$$

$$\frac{dv_{bus}}{dt} = \frac{1}{c} \left( i_s - \frac{v_{bus}}{R} - \frac{P}{v_{bus}} \right) \quad (44)$$

## CAPITULO 4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

El análisis estático proporciona los puntos de equilibrio del sistema, que se obtienen al hacer ( 43) y ( 44) iguales a cero, los dos puntos de equilibrio  $e_i = [i_{si}, v_{busi}]$  son:

$$e_1 = \left( \frac{V_{ref} - V_{bus1}}{R_d}, \frac{R * V_{ref} - q}{2 * (R_d + R)} \right) \quad (45)$$

$$e_2 = \left( \frac{V_{ref} - V_{bus2}}{R_d}, \frac{R * V_{ref} - q}{2 * (R_d + R)} \right) \quad (46)$$

Donde:

$$q = \sqrt{R^2 * V_{ref}^2 - 4 * P * R * R_d(R_d + R)} \quad (47)$$

Por lo tanto, la condición necesaria para la existencia de puntos de equilibrio es:

$$P < \frac{R}{R_d + R} * \frac{V_{ref}^2}{4 * R_d} = \frac{R}{R_d + R} * P_{max} \quad (48)$$

El análisis estático proporciona las condiciones de carga a la existencia de puntos de equilibrio, pero no especifica la estabilidad de tales equilibrios, por lo tanto, es necesario un análisis dinámico para determinar cuáles de estos equilibrios son estables, la estabilidad local de los equilibrios típicos se obtiene evaluando la matriz jacobiana en cada punto de equilibrio donde la estabilidad está determinada por los valores propios de esta matriz.

$$J = \begin{pmatrix} -\frac{R_d}{L_d} & -\frac{1}{L_d} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} \left( \frac{P}{V_{bus}^2} - \frac{1}{R} \right) \end{pmatrix} \quad (49)$$

- La estabilidad del primer equilibrio  $e_1 = [i_{s1}, v_{bus1}]$  la matriz jacobiana en ( 49) evaluada en  $e_1$  siempre tiene un determinante  $\Delta < 0$  en los sistemas planos, esto

significa la existencia de dos valores propios con signos opuestos, por lo tanto, es un equilibrio de silla de montar y en consecuencia, siempre inestable.

- La estabilidad del segundo equilibrio  $e_2 = [i_{s2}, v_{bus2}]$  el segundo punto de equilibrio es estable cuando la traza de (49) es menor que cero  $\tau < 0$  y el determinante mayor que cero  $\Delta > 0$ , resolver estas desigualdades da como resultado dos casos que garantizan la estabilidad de  $e_2$ :

1.  $C > \frac{L_d}{R_d^2}$  el sistema es estable cuando:

$$P < P_I = \frac{R * V_{ref}^2}{4R_d(R_d + R)} = \frac{R}{R_d + R} * P_{max} \quad (50)$$

2.  $C \leq \frac{L_d}{R_d^2}$  el sistema es estable cuando:

$$P < P_{II} = \frac{L_d * R * V_{ref}^2 (C * R * R_d - L_d)}{(C * R_d^2 * R + L_d(2 * R_d + R))^2} \quad (51)$$

Cuando la capacitancia concentrada  $C$  pertenece al caso I, el punto de equilibrio es estable para cualquier valor de  $P$  dentro de la condición de existencia de equilibrio descrita en (48) el sistema de caso 1 tiene solo un tipo de inestabilidad relacionada con la incapacidad del sistema para proporcionar la potencia demandada por la carga en  $P = P_I$ .

Por otro lado, si  $C$  pertenece al caso 2, el equilibrio es estable solo en un rango menor de valores de carga  $P < P_{II}$  en este caso, la inestabilidad ocurre en  $P = P_{II}$ .

Por otro lado si  $C$  pertenece al caso II, el equilibrio es estable solo en un rango menor de valores de carga ( $P < P_{II}$ ) en este caso la inestabilidad ocurre en  $P = P_{II}$  debido a la interacción entre los subsistemas de carga y fuente, así en un sistema del caso II si  $P$  aumenta hasta que alcanza la  $P_{II}$  se produce una bifurcación (H) subcrítica de Hopf y el equilibrio se vuelve inestable [27] [28] en la figura 20 para compunción de lo explicito anterior mente se procederá a realizar un ejemplo, con los valores que se encuentran en la tabla 1.

	$R_v(\Omega)$	$R_t(m\Omega)$	$L_t(\mu H)$	$C(mF)$	$R(\Omega)$	$P(W)$
DG 1	0.2	28.5	436.5	1	500	Variable
DG 2	0.2	57	873			

TABLA 1 PARÁMETROS DE SIMULACIÓN DE CIRCUITO DE UN MICROGRIDO DE  
380 V DC

**EJERCICIO 4.1:** En primera instancia se sabe que tenemos dos sistemas los cuales tienen unas características que se encuentran en la **Tabla 1**, para poder determinar una equivalencia del circuito como se ve en la figura 20, tenemos que determinar el parámetro  $L_d$  que se va a encontrar con la ecuación ( 33)

$$L_d = \frac{1}{\frac{1}{436.5 * 10^{-6}} + \frac{1}{873 * 10^{-6}}} = 0.000291H \quad (52)$$

Para determinar el parámetro  $R_{di}$  se debe realizar la siguiente ecuación para cada uno de los sistemas:

$$R_{di} = R_{vi} * R_{ti} \quad (53)$$

$$R_{d1} = 0.2 + 28.5 * 10^{-3} = 0.22885\Omega \quad (54)$$

$$R_{d2} = 0.2 + 57 * 10^{-3} = 0.257\Omega \quad (55)$$

Después de esto se puede determinar los valores de la ecuación ( 32) en primer lugar, vamos a determinar  $R_{d\mu}$  y después de esto se determina  $L_{t\mu}$ .

$$R_{d\mu} = \frac{0.2285 + 0.257}{2} = 0.24274\Omega \quad (56)$$

$$L_{t\mu} = \frac{436.5 * 10^{-6} + 873 * 10^{-6}}{2} = 0.0006548H \quad (57)$$

Obtenidos los valores anteriores ya podemos determinar el parámetro  $R_d$  con base en la ecuación ( 36):

$$R_d = \frac{0.2285 * 0.000291}{0.0006548} = 0.11\Omega \quad (58)$$

Nota: Para reducir la complejidad de la interpretación de los resultados y el propio calculo respecto al análisis que se pretende realizar se procederá a los sistemas por unidad.

#### 4.1. SISTEMAS POR UNIDAD

Cuando se estudia sistemas eléctricos, el uso de las cantidades eléctricas con sus magnitudes y unidades reales produce un aumento en la complejidad de la interpretación de los resultados y del propio calculo, respecto a los análisis en reemplazan estas cantidades por otras equivalentes denominadas valores en por unidad (PU), las cantidades tiene magnitud cercanas a la unidad y son adimensionales, es frecuente en los análisis de los sistemas eléctricos de potencia realicen sus estudios de flujo de potencia, de cortocircuito y de estabilidad representado las cantidades eléctricas e por unidad, algunas de las razones por las que se considera apropiado trabajar en por unidad son las siguientes:

- Las cantidades involucradas de solución de problemas de potencia son las grandes magnitudes como Kilovoltios kV, Kiloamperios kA Megavoltiamperos MVA estas cantidades requieren de más espacio de memoria para ser almacenados en los sistemas de cómputo, su manipulación en los procesos consume mayor tiempo de máquina y por su tamaño, afectan negativamente el proceso de programación de erros numérico.
- Convertir una cantidad eléctrica a PU es un proceso de escalamiento que reduce el tamaño de dichas cantidades, permitiendo simplificar el análisis de las redes, todos los valores son reemplazados por valores de menor tamaño y adimensionales, que los representados.

Al analizar en sus valores físicos reales (Ohmios. Amperios, Voltios, Vatios) presenta dificultades debido al manejo de las diferentes unidades y le calculo simultaneo en un sistema donde tiene diferentes valores de las unidades, al escalar o normalizar dichos valores, se pasa a trabajar en valores PU.

Formula de valor por unidad:

$$\text{Valor por unidad} = \frac{\text{Valor físico}}{\text{Valor base}} \quad (59)$$

Valor en porcentaje:

$$\text{Valor en porcentaje} = \frac{\text{Valor físico}}{\text{Valor base}} * 100 = \text{Valor en PU} * 100 \quad (60)$$

Cuando se convierte sistemas eléctricos a por unidad debe considerarse si el sistema es trifásico o monofásico, algunas de las expresiones utilizadas para convertir en PU son diferentes en los dos casos.

Existen otras formas no mostradas por ser menos comunes, las otras cuatro cantidades pueden ser seleccionadas como bases: tensión, corriente, impedancia potencia, puesto que las cantidades que se utilizaran pueden usarse usando solo dos dimensiones, se pueden escoger arbitrariamente dos de las cuatro cantidades como base y las otras dos se calculan en función de éstas, desde el punto de vista práctico, la tensión nominal de los equipos siempre está bien definida al igual que su potencia, desde el punto de vista numérico se puede seleccionar cualquier valor como base, sin embargo la literatura especializada sugieren usar algunas tensiones nominales de los equipos y también como valor de potencia como base. [ 16]

$$\begin{aligned} S_{base} &= \text{potencia base}, V_{base} = \text{tensión base}, Z_{base} \\ &= \text{Impedancia base}, I_{base} = \text{Corriente base} \end{aligned} \quad (61)$$

Si se especifica  $V_{base}$  y  $S_{base}$  entonces la corriente base y la impedancia base en un sistema monofásico, se calcula usando la siguiente expresión:

$$V_{base} = Z_{base} * I_{base} \text{ y } S_{base} = V_{base} * I_{base} \quad (62)$$

$$Z_{base} = \text{Impedancia base } \Omega = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \quad (63)$$

$$I_{base} = \text{Corriente base A} = \frac{S_{base}}{V_{base}} \quad (64)$$

#### **Conversión de valores en PU a valores físicos:**

$$\begin{aligned} V_V &= V_{pu} * V_{base}, I_A = I_{pu} * I_{base}, Z_{\Omega} = Z_{pu} * Z_{base}, \\ S_{MVA} &= S_{pu} * S_{base} \end{aligned} \quad (65)$$

[ 16]

Para la continuación del ejercicio 4.1 se convertirá los valores reales a valores en por unidad con el fin realizar un procedimiento computacional más simple y factible, es por eso que se tomaran como valores bases los siguientes:

$$V_{base} = 380 V \quad y \quad S_{base} = 100kW \quad (66)$$

Para obtener los valores de  $Z_{base}$  se utilizará la ecuación ( 63) y  $I_{base}$  con la ecuación ( 64)

$$Z_{base} = \frac{380^2}{100 * 10^3} = 1.444 PU \quad (67)$$

$$I_{base} = \frac{100 * 10^3}{380} = 263.1579 PU \quad (68)$$

Para poder continuar con el ejercicio 4.1 para así tener todos sus valores reales en valoren en PU se tiene que modificar los valores de la inductancia y de la capacitancia a valores óhmicos así que se procederá a determinar estos valores:

$$X_c = \frac{1}{C * \omega} \Omega \quad (69)$$

$$L_c = L * \omega \Omega \quad (70)$$

$$\omega = 2 * \pi * f \quad f = 60Hz \quad (71)$$

Para la determinación de C (F) en valores óhmicos se tiene que tener en cuenta que el valore de él es el que se encuentra en la tabla 1 y con la ecuación ( 69):

$$X_c = \frac{1}{0.001 * 2 * \pi * 60} = 2.652582 \Omega \quad (72)$$

Para la determinación de  $L_d$  en valores óhmicos se tiene que tener en cuenta que el valore de él ( $L_d (H)$ ) está en la ecuación ( 52) y con la ecuación ( 70) se tiene:

$$L_c = 0.000291 * 2 * \pi * 60 = 0.1097044 \Omega \quad (73)$$

- A continuación, se procederá a obtener los valores en PU del ejerció 4.1 el equilibrio e1 y e2 posibles al variar el parámetro P para un sistema de caso II con dos fuentes



en paralelo con los parámetros descritos en la Tabla 1. El sistema tiene un voltaje nominal de 380 V y el CPL es un convertidor de polo POL (380 V a 150 V) que genera una resistencia variable que debe suministrarse con 150 V. Esta configuración está diseñada para ser un sistema de caso II

Para la tensión en PU se procederá con la ecuación ( 59) y con los valores de las ecuaciones ( 66) y con una tensión de 380 V de voltaje nominal del sistema:

$$V_{Ref\ pu} = \frac{380}{380} = 1\ PU \quad (74)$$

Para la  $Rd_{pu}$  se determina con la ecuación ( 59) y con las ecuaciones ( 67) y ( 58)

$$Rd_{pu} = \frac{0.11}{1.444} = 0.1097044\ PU \quad (75)$$

Para la  $XLd_{pu}$  se determina con la ecuación ( 59) y con las ecuaciones ( 73) y ( 58)

$$XLd_{pu} = \frac{0.1097044}{1.444} = 0.07599726\ PU \quad (76)$$

Para la  $XCd_{pu}$  se determina con la ecuación ( 59) y con las ecuaciones ( 72) y ( 58)

$$XCd_{pu} = \frac{2.652582}{1.444} = 1.836968\ PU \quad (77)$$

Para determinar  $R_{pu}$  se tiene que tomar el valor real de la tabla 1 y la ecuación ( 58)

$$R_{pu} = \frac{500}{1.444} = 346.2604\ PU \quad (78)$$

La potencia máxima se determina con la ecuación siguiente:

$$P_{\max PU} = \frac{V_{ref\ PU}^2}{4 * R_{d\ PU}}\ PU \quad (79)$$

$$P_{\max PU} = \frac{1^2}{4 * 0.0761773} = 3.21818\ PU \quad (80)$$

Nota: La estabilidad no es la única preocupación al diseñar una MG ya que todas las cargas necesitan una tensión de  $V_{bus}$  regulada dentro de un rango aceptable para funcionar correctamente en este escenario donde P y R deben limitarse para mantener el voltaje dentro de un rango de tolerancia especificado como un porcentaje del valor de referencia  $V_{ref}$  por lo tanto, la restricción de  $V_{bus}$  de tensión está dada por:

$$V_{bus} > \rho * V_{ref} \quad 0.5 < \rho < 1 \quad (81)$$

El cupo de cargas P y R que se pueden conectar a un sistema controlado por caída sin exceder el límite de caída de voltaje se obtiene sustituyendo el voltaje del punto de equilibrio  $e2$  en (81) lo que resulta en

$$P < P_{\rho} = \frac{\rho * V_{ref}^2 (R - \rho * (R_d + R))}{R_d * R} \quad (82)$$

Esta desigualdad define la carga permitida para mantener la tensión del  $V_{bus}$  dentro del rango de tolerancia y la caída de voltaje del  $V_{bus}$  puede ser más restrictiva que la restricción de estabilidad.

Los casos I y II muestran que, si se aumenta  $R_d$ , la capacitancia total necesaria para mantener el sistema estable disminuye, la relación entre C,  $L_d$  y  $R_d$  presentada en los casos I y II permite definir la capacitancia requerida para la estabilidad no solo en un punto de operación, sino en todo el rango de voltaje para una carga dada, sobre la base de este análisis, se describe una guía de diseño para obtener una DC MG estable  $V_{bus}$ .

#### 4.2. DISEÑANDO UN DC ESTABLE DE MG

Basados en el análisis anterior los pasos para obtener un DC estable. MG se resumen:

- Obtenga las capacidades de potencia de cada fuente controlada por caída ( $P_{ci}$ ).
- Establezca el rango de tolerancia ( $\rho$ ) deseado y la tensión de referencia  $V_{ref}$ .
- Establezca la potencia constante máxima y la carga resistiva permitidas en MG,  $P_{ML}$  y  $R_{ML}$ , respectivamente, a medida que se reduce la resistencia se requiere más potencia, por lo que  $P_{ML}$  es el valor máximo de P y  $R_{ML}$  es el valor mínimo de R.

A partir de las capacidades de potencia, se obtiene la resistencia a la caída de cada fuente de energía ( $R_{di}$ ). este método asume  $R_{di} \gg R_{ti}$ , como se explica en este mismo capítulo (4), usando los valores de  $R_{di}$  y  $L_{ti}$ , se obtiene el valor de  $R_d$  que debe cumplir con la

especificación de caída de voltaje en ( 82) una vez que se cumple la potencia demandada por las cargas de potencia resistivas y constantes, se ajusta el valor de capacitancia para mantener el sistema estable.

$$V_{bus} = 0.9 * 1 = 0.9 \text{ PU} \quad (83)$$

Nota: Ahora bien, sabes que se tiene que verificar en que caso se encuentra el sistema para así poder determinar los valores de las condiciones iniciales que se ara de la siguiente manera, se tomara la condición de la ecuación ( 51)  $C \leq \frac{L_d}{R_d^2}$  para verificar si cumple o no:

$$1.836968 \text{ PU} \leq \frac{0.0759726}{0.0761773^2} = 13.092 \text{ PU} \quad (84)$$

Como de evidenciar en la expresión ( 82) C es menor así que se tendrá en cuenta los criterios de condiciones iniciales de la expresión ( 46) que hace referencia a  $e_2 = [i_{s2}, v_{bus2}]$ , en primer lugar, se determinara el valor de la condición inicial de corriente de la siguiente manera:

$$I_{s2} = \frac{1 - 0.9}{0.0761773} = 1.312727 \text{ PU} \quad (85)$$

El valor de P ( $P < P_{II}$ ) se determina primero para así poder determinar el valor de la condición inicial de la tensión es por eso que se determinara el valor de  $P_{II}$  para así después tomar un valor menor y asignárselo a P, de la ecuación ( 51)

$$P_{II} = \frac{0.0759 * 346.26 * 1^2(1.836 * 346.26 * 0.0761 - 0.075)}{(1.836 * 0.076^2 * 346.26 + 0.0759 * (2 * 0.076 + 346.2))^2} = 1.417 \text{ PU} \quad (86)$$

Obtenido el valor de  $P_{II}$  se puede escoger cualquier valor para P ( $P < P_{II}$ ) de esta manera el valor de P=0.5 PU.

Y para determinar el valor de la condición inicial de la tensión se hará con la ecuación ( 46) de la siguiente manera en donde primero determinaremos el valor de q que es de la ecuación ( 47) que bien siendo un parámetro y después de esto se encontrara el valor de la tensión:

$$q = \sqrt{0.076^2 * 1^2 - 4 * 0.5 * 345.26 * 0.0761 * (0.076 + 345.26)} = 318.7 \text{ PU} \quad (87)$$

Ahora podemos determinar el valor de la tensión en condiciones iníciales.

$$V_{bus2} = \frac{346.26 * 1 - 318.7875}{2 * (0.07617 + 346.26)} = 0.960118 \text{ PU} \quad (88)$$

Después de determinar los valores de las condiciones iniciales  $e_2 = [i_{s2}, v_{bus2}]$ , en las ecuaciones ( 85) y ( 88) respectivamente se procederá a realizar un análisis de la estabilidad del sistema de la figura 20 con los resultados obtenidos del ejercicio 4.1, para realizar el análisis de los resultados en este trabajo se realizara con el software llamado XppAut el cual nos ayuda a analizar y a determinar la estabilidad como también la bifurcación de Hopf,

A continuación, se elaborará el análisis en el software, para determinar el comportamiento del sistema dinámico concretado en este trabajo.

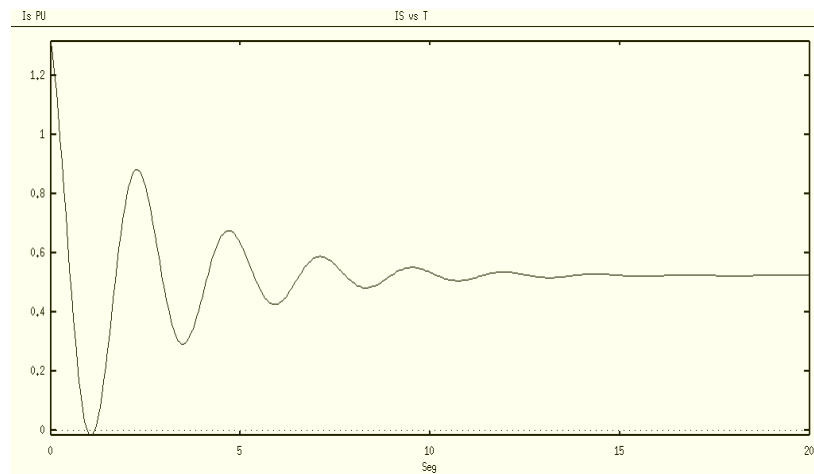


FIGURA 21. CORRIENTE EN VALOR POR UNIDAD EN CONDICIONES INICIALES.

Nota: En la figura 21 se representa el comportamiento de la corriente  $I_s$  PU con respecto al tiempo, en  $t = 0 \text{ seg}$  la corriente presenta un valor máximo el cual es correspondiente al valor de la corriente en condiciones iniciales este valor es también representado por la ecuación ( 85), además vemos como la corriente va estabilizándose para tomar un valor de condiciones de equilibrio con  $I_s = 0.52358 \text{ PU}$ , se hace a claridad que para cuando se toma un valor de condición inicial para  $P$  de  $P = 0.5 \text{ PU}$  se obtiene los valores de equilibrio tanto de corriente como de tensión.

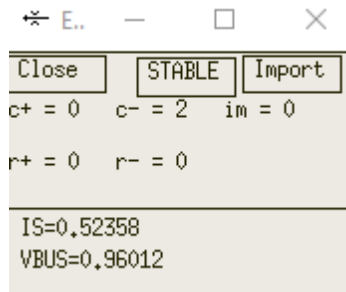


FIGURA 22: VALOR DE LA CORRIENTE Y TENSIÓN PARA EL PUNTO DE EQUILIBRIO.

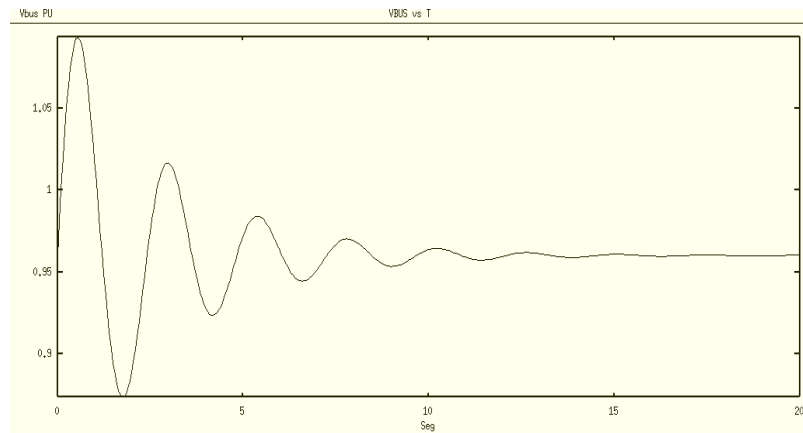


FIGURA 23: VBUS VS IS EN SU PUNTO DE EQUILIBRIO Y SU ESTABILIDAD.

Nota: En la figura 22 para el tiempo  $t = 0 \text{ seg}$  se evidencia el valor de la tensión de condiciones iniciales, este valor se puede comparar con la ecuación ( 88), el comportamiento de la tensión de esta figura 22 se va estabilizando al transcurrir el tiempo hasta obtener una posición de equilibrio que corresponde a un valor de  $V_{bus} = 0.96012 \text{ PU}$ .

Con los valores obtenidos de las condiciones iniciales se procederá a determinar las condiciones de estabilidad como también, a analizar el concepto de la bifurcación de Hopf para ello se serializará una simulación en un software llamado XppAut que nos permitirá analizar la estabilidad y la bifurcación de Hopf.

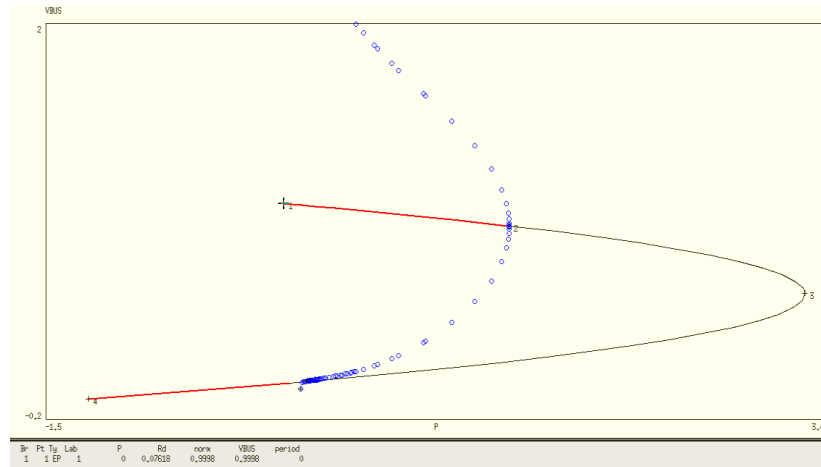


FIGURA 24: REGIÓN DE ESTABILIDAD DE LA FIGURA 20 EN EL PUNTO 1.

Nota: En la figura 24 se tiene la curva característica de la estabilidad de un sistema eléctrico de generación que hace representación al modelo obtenido en las ecuaciones ( 43) y ( 44) pero que a su vez contiene los valores de los parámetros que se encontraron en el ejercicio 4.1, esta curva obtenida nos muestra que bajo las condiciones iniciales se presenta una región de estabilidad esta se evidencia desde el punto 1 hasta el punto 2 que esta demarcada con un segmento de línea roja: este segmento de línea se construye con condiciones iniciales y con valores de los parámetros, partiendo con  $P=0$  “en el punto 1”. La curva representada por los círculos azules nos muestra el ciclo límite de equilibrio demarcando la zona estable e inestable.

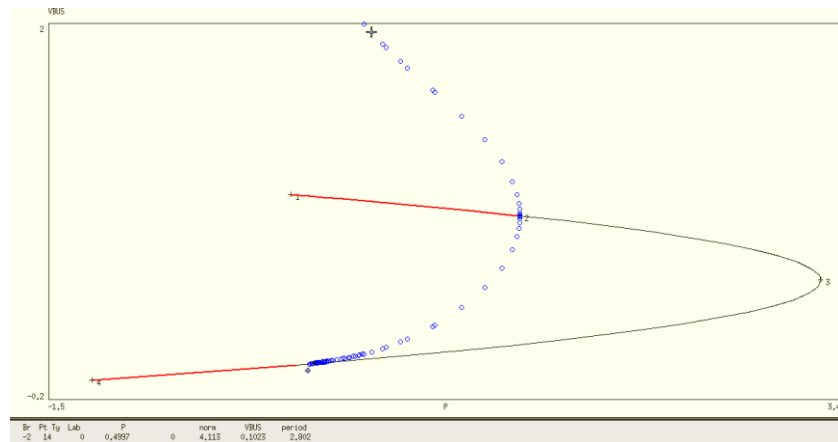


FIGURA 25: REGIÓN DE ESTABILIDAD DE LA FIGURA 20 PARA  $P=0.5$

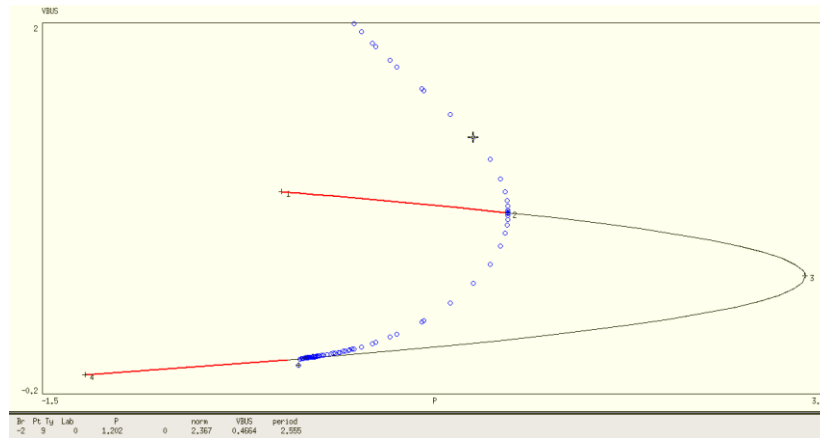


FIGURA 26: REGIÓN DE ESTABILIDAD DE LA FIGURA 20 PARA  $P=1.2$

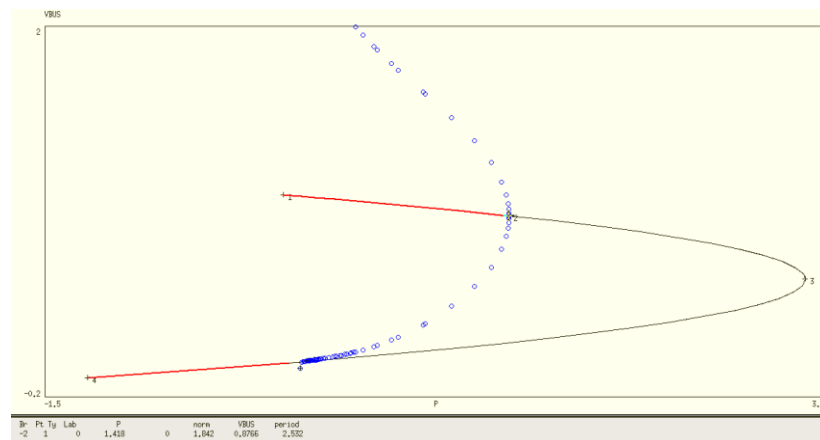


FIGURA 27: REGIÓN DE ESTABILIDAD DE LA FIGURA 20 EN EL PUNTO 2.

Nota: Al ir ejecutándose el programa (XppAut) des de la posición  $P = 0$  se va trazando la línea roja hasta el punto 2 para obtener toda la zona estable, recordemos que esta zona solo se establece para todos los valores de  $P$  menores a  $P_{II}$ , en la figura 27 vemos que hay un valor de  $P = 1,405$  que es el valor obtenido en el punto 2 este valor es muy parecido al valor determinado por la expresión de la ecuación ( 86) y es en este valor es donde existe el punto máximo de equilibrio para las condiciones iniciales determinadas para el sistema. A partir de este punto en adelante se presenta una inestabilidad en el sistema de la figura 20 para todos los valores mayores  $P_{II}$  y es ahí donde nos centraremos a analizar la bifurcación de Hopf.

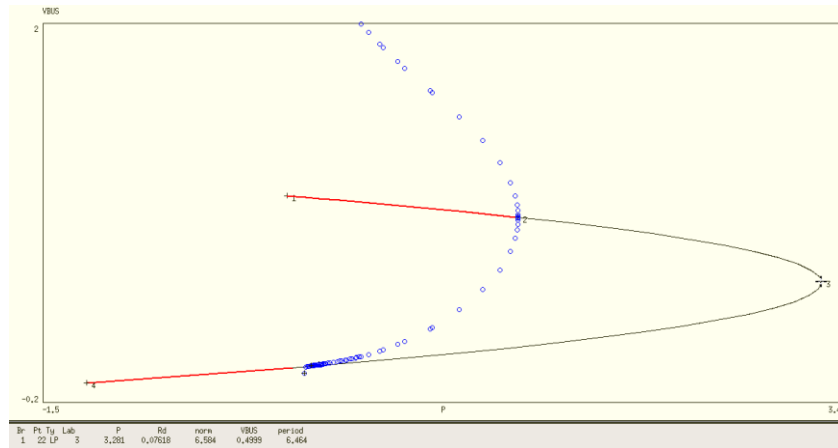


FIGURA 28: REGIÓN DE ESTABILIDAD DE LA FIGURA 20 PARA  $P=3.2$

Nota: en la figura 28 se evidencia que para el valor de  $P_{max} = P_{II}$  se tiene el mismo valor de la expresión de la ecuación (80) donde este punto representa la potencia máxima del sistema “para que el sistema entregue esta potencia se tiene que tener unos criterios de diseño para así garantizar un mejor desempeño, pero además de esto en este punto el sistema presentara problemas de inestabilidad la cual no sería de mejor arado para opera, así que no es recomendable llegar hasta este punto de operación”.

### 4.3. BIFURCACIONES SILLA–NODO

una bifurcaciones silla–nodo están caracterizadas por dos puntos de equilibrio, típicamente uno estable y uno inestable, estos puntos se fusionan en el punto de equilibrio  $(x_0, y_0)$  para el valor paramétrico  $P = P_0$ ; este punto de equilibrio tiene un simple y único autovalor cero de  $D_{x_{SO}} |0$ , si los dos puntos de equilibrio se unen coexiste para  $P < P_0$ , los dos puntos de equilibrio desaparecen localmente para  $P > P_0$  y viceversa.

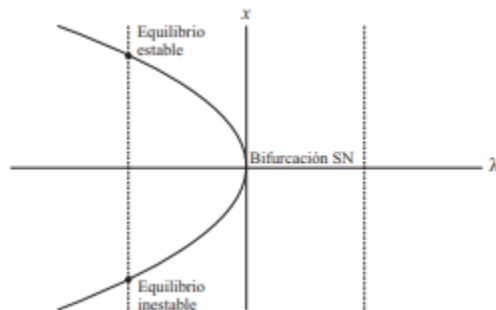


FIGURA 29 : BIFURCACIÓN SILLA–NODO. [ 29]

En la figura 29, se ilustra la bifurcación silla–nodo, existen puntos de equilibrio estable sobre la parte superior de la gráfica y puntos de equilibrio inestable en la parte inferior, es de interés



el punto de equilibrio localizado en el origen donde se unen los puntos de equilibrio estable e inestable. este punto es referido como una bifurcación silla–nodo como se ilustra, las bifurcaciones silla–nodo son bifurcaciones locales, ocurren en el punto donde el equilibrio desaparece localmente para otros valores del parámetro de bifurcación se cumplen las siguientes condiciones para las bifurcaciones silla–nodo:

El punto es un punto de equilibrio, es decir  $s(x, P) = 0$

El Jacobiano de la función tiene un autovalor cero.

En la bifurcación silla–nodo dos ramas se intersecan y desaparecen más allá del punto silla–nodo finalmente, las bifurcaciones silla–nodo son consideradas genéricas, se espera que ellas ocurran en sistemas de potencia, por ejemplo, si la cargabilidad de un sistema de potencia se modela como el parámetro de bifurcación  $P$ , se podría esperar que ocurrieran bifurcaciones silla–nodo para ciertos valores de  $P$ . [ 29]

#### 4.4. BIFURCACIONES HOPF

Sí una bifurcación Hopf ocurre en el sistema con un pequeño incremento de la carga en este punto podría hacer que el sistema llegara a ser inestable  $P = P_{II}$ , esto indica que las oscilaciones asociadas con las bifurcaciones Hopf en los sistemas son un preaviso para indicar que el sistema puede llegar a colapso de tensión, las bifurcaciones Hopf no conducen a ningún cambio en el número de puntos de equilibrio ese tipo de bifurcaciones está caracterizado por un par de autovalores complejos conjugados, para el punto de equilibrio situados en el eje imaginario del plano complejo, así la bifurcación Hopf establece el origen de una familia de soluciones periódicas en la vecindad de  $P_c$ ). Cuando el parámetro  $P$  cambia, el par conjugado complejo se aleja del eje imaginario, o bien a la derecha o a la izquierda. En este caso, ciclos límite estables o inestables (oscilaciones del sistema) aparecen y desaparecen.

Las condiciones de una bifurcación Hopf para un sistema modelado usando un conjunto de ecuaciones algebraico–diferenciales en un punto de equilibrio:

- Tiene un par simple de autovalores imaginarios puros, y no hay otros autovalores con parte real cero  $\mu(\lambda_0) = \pm j\beta$  donde  $\mu(\lambda_0)$  representa el subconjunto de los autovalores del Jacobiano la cual tiene valores imaginarios puros.
- Los autovalores imaginarios puros cruzan el eje imaginario con “velocidad no cero”.
- El período inicial de la oscilación de amplitud cero (ciclo límite) es:  $T = 2\pi / \beta$

Dependiendo de la estabilidad del ciclo límite, la bifurcación Hopf puede clasificarse como subcrítica o supercrítica, las bifurcaciones supercríticas tienen soluciones locales estables en ambos lados de la bifurcación, por lo tanto, una bifurcación Hopf supercrítica involucrará el cambio de estabilidad entre la rama estacionaria y el ciclo límite. Para la bifurcación Hopf subcrítica hay una pérdida local de estabilidad en el punto de bifurcación, la figura 30 ilustra estos tipos de bifurcaciones Hopf. [ 29]

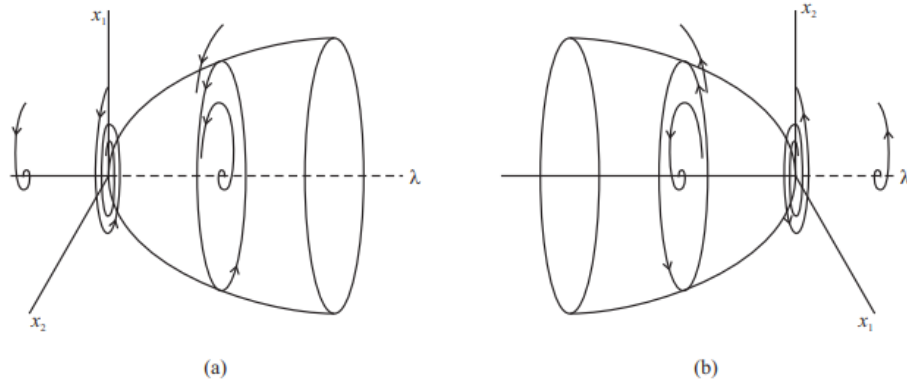


FIGURA 30: BIFURCACIÓN HOPF: (A) SUPERCRÍTICA, (B) SUBCRÍTICA. [ 29]

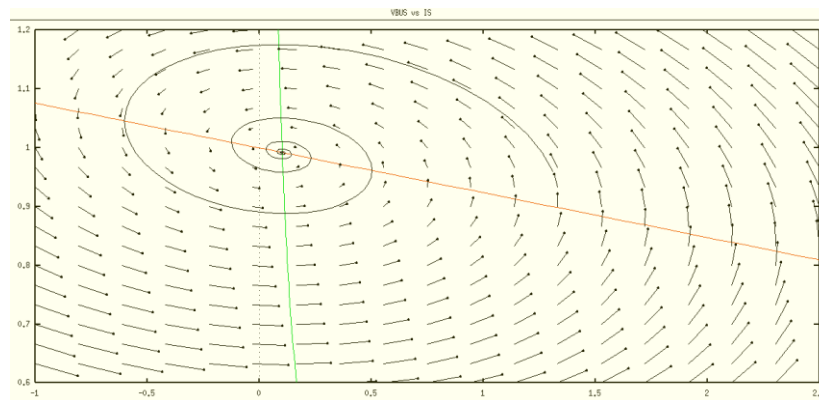


FIGURA 31: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=0.1$  PU

Nota: En esta figura 31 el plano de fase entre la tensión  $V_{bus}$  y la corriente  $I_s$ , este plano se construye de con los valores de las condiciones iniciales tanto de tensión corriente y con los valores de cada uno de los parámetros, además de esto tiene como representación el valor de  $P$  que a la vez este nos presenta uno punto de equilibrio que es representado por la intersección de la líneas verde y naranja este punto de equilibrio se va a ver afectado a medida que  $P$  va variando y es independientemente de las condiciones iniciales de tensión y de corriente.

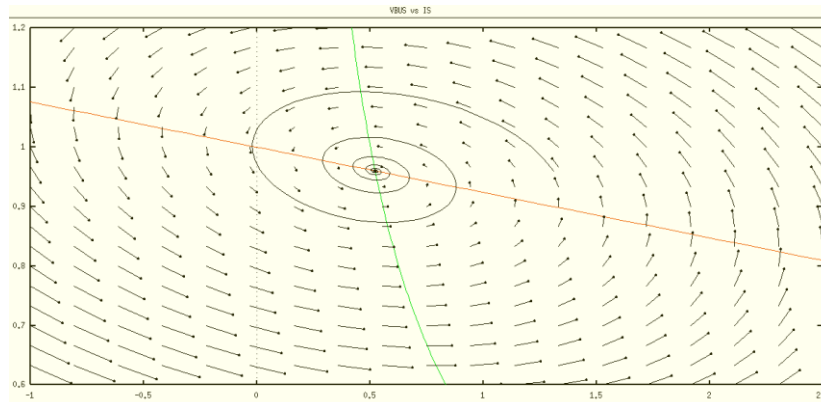


FIGURA 32: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=0.5$  PU

Nota: La figura 32 se puede evidenciar como la variación de  $P$  las condiciones iniciales y a la ves vemos como se va limitando la estabilidad esto también se puede verificaren la figura 25 que nos va mostrando “círculos azules” que la bifurcación nos va presentado su comportamiento de estabilidad e inestabilidad, y que los puntos de equilibrio son diferentes a comparación a la figura 31.

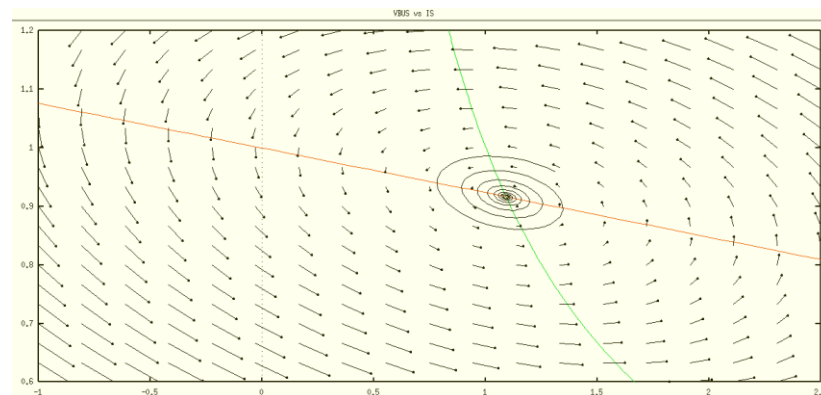


FIGURA 33: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=1$  PU

Nota: La figura 33 nos muestra unos nuevos valores de condiciones iniciales cuando  $P$  tiene un nuevo valor, y esto nos muestra como se va modificando la bifurcación.

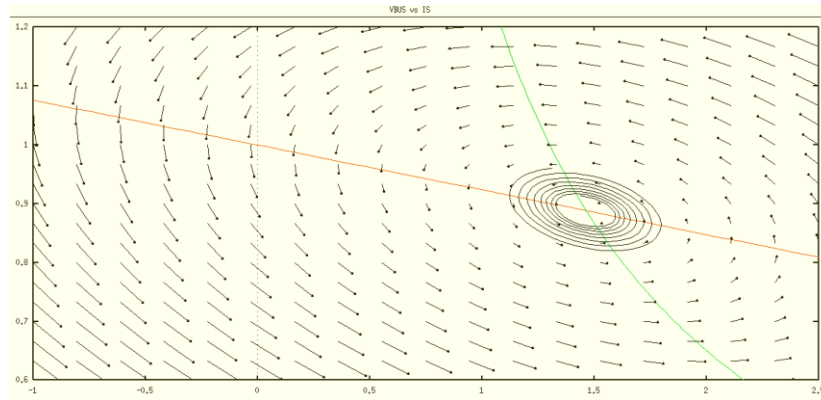


FIGURA 34: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=1.3$  PU

Nota: En la figura 34 para el valor estipulado de  $P$  la bifurcación presenta un comportamiento en el cual no se lleva a los puntos de equilibrio pero que toma un valor diferente, eso no quiere decir que el sistemas presenta inestabilidad si no que se mantiene estable.

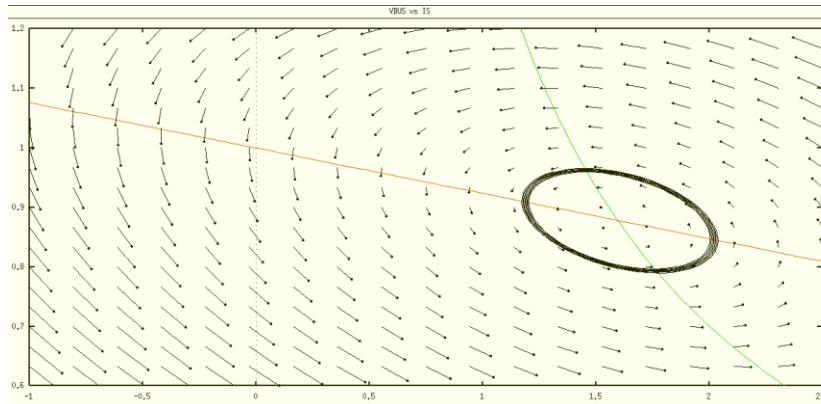


FIGURA 35: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=1.41$  PU

Nota: La figura 35 el valor de  $P$  tiene igualdad al valor del punto de equilibrio como se denota la ecuación ( 86) donde  $P_{II} = P$  y es aquí donde se presenta la inestabilidad del sistemas para las condiciones obtenidas en el ejercicio 4, este límite estabilidad se puede evidenciar en la figura 27 donde podemos denotar el valor de la  $P$  y también vemos el comportamiento de la estabilidad del sistemas al encontrarse en un mismos punto.

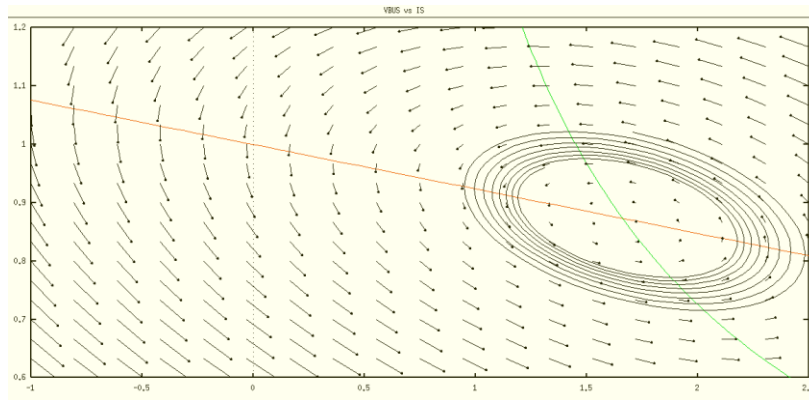


FIGURA 36: RETRATO DE FASE DE UN SISTEMA DE CASO II CUANDO  $P=1.45$  PU

Nota: Esta vemos como el sistemas ya presenta inestabilidad teniendo en cuenta que tiene como condiciones iniciales los valores de tensión y de corriente que se muestran en las ecuaciones ( 85) y ( 88) respectivamente, además vemos que no tiene un comportamiento en el cual busque al punto de las condiciones de equilibrio como se denota en la intercesión de la líneas roja y naranja si no que pasa todo lo contrario se aleja de este en búsqueda de otra solución de equilibrio.

## CONCLUSIONES

- En esta tesis se hizo el análisis de estabilidad de un sistema de distribución de energía DC bajo unas condiciones y criterios los cuales permitieron identificar la estabilidad y la inestabilidad del sistema.
- Se planteo la teoría de bifurcación de Hopf para el análisis de la estabilidad del sistema de energía distribuida DC.
- Se realizo el modelo del sistema de energía distribuida DC, para la obtención de un conjunto de ecuaciones algebraico–diferenciales, basándose sobre un modelo aproximado para así realizar un análisis bajo criterios de estabilidad de pequeñas señales.
- Las definiciones matemáticas implementadas en el documento nos llevan a la obtención de unas expresiones, para tener la definición de los puntos de estabilidad como también las condiciones iniciales, para después representar estos valores en el software (XppAut) con el fin de obtener un modelamiento y un comportamiento con respecto a la bifurcación de Hopf.
- Las simulaciones nos permiten analizar el comportamiento del sistema a medida que uno de sus parámetros tenga alguna variación, para poder identificar si el sistema se encuarta en condiciones óptimas de operación “estable” o deficiente “inestable” que pueden se representadas por aumento de la demanda o perturbaciones en el sistema.
- La bifurcación de Hopf, se manifiesta bajos los criterios y características de equivalencia del sistema de distribución de energía DC.
- La bifurcación silla nodo es inevitable cuando se presenta un crecimiento de la carga en el sistema y este no tiene la capacidad de responder a dicha demanda.

## TRABAJOS A FUTUROS

El modelo obtenido en este trabajo del sistema de la figura 20 que es representa en las ecuaciones ( 43) y ( 44) tiene como singularidad una estructura dinámica que nos lleva a abordar a las teoría de bifurcaciones.

Esta área de las bifurcaciones es de gran interés a la investigación de modelamientos matemáticos e incluidos para las ingenierías, como es en este caso ingeniería eléctrica en el área de estabilidad de sistemas de distribución energía DC o micro grids aisladas, se sugiere la investigación en este tipo de sistemas energéticos para la estabilidad de tensión cuando tiene presencia de altas demandas y también para los diferentes tipos de control que se puedan implementar para la estabilidad de tensión, como también estudio de las órbitas periódicas inestables que son representadas en la bifurcación para los límites de estabilidad.

Por último, un tipo de trabajos a futuros sería el desarrollo de nuevas herramientas computacionales como XppAut o Matlab.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Strogatz, SH (2018). *Dinámica no lineal y caos: con aplicaciones a la física, biología, química e ingeniería*. Prensa CRC.
- [ 2] Eraso, A. (1983). *Estudio morfométrico de las cuencas de los ríos Butrón, Oca, Lea y Artibai (Bizkaia)*. Lurralde, 6, 35-80.
- [3] Mesa Mazo, M. J. (2014). *Bifurcaciones en un sistema de tráfico vehicular (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales)*.
- [4] Middlebrook, RD, y Cuk, S. (1976, junio). *Un enfoque general unificado para modelar las etapas de potencia del convertidor de conmutación*. En 1976 IEEE Power Electronics Specialists Conference (pp. 18-34). IEEE.
- [5] Zekun, S. (2016). *Estudio de funcionamiento y control de micro red*. Universidad de Sevilla, 12-20.
- [6] Alor Sandoval, P. F. (2000). *Análisis de estabilidad de sistemas lineales invariantes en el tiempo (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nuevo León)*.
- [7] Prieto Suárez, C. A., & Peña Alvarado, J. D. *Diseño y Simulación de las Diferentes Etapas de Control en una Micro Red Eléctrica*.
- [8] Tahim, APN, Pagano, DJ, Lenz, E., y Stramosk, V. (2014). *Modelización y análisis de estabilidad de microrredes de DC en islas bajo control de inclinación*. IEEE Transactions on Power Electronics, 30 (8), 4597-4607.
- [9] *Comportamiento dinámico y estabilización de microrredes de CC con cargas instantáneas de potencia constante*
- [10] Lagos, P. M. (2017). *Modelo del sistema de comunicaciones para una microrred eléctrica aislada, basado en una red de sensores inalámbricos para la transferencia de datos de control*. Universidad Distrital Francisco José De Caldas.
- [ 11] Tahim, APN, Pagano, DJ, Lenz, E., y Stramosk, V. (2014). *Modelización y análisis de estabilidad de microrredes de DC en islas bajo control de inclinación*. IEEE Transactions on Power Electronics, 30 (8), 4597-4607.
- [12]F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre, and A. V. Timbus, "Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 53, pp. 1398–1409, 2006.
- [13] G. Sheble, "Energy service providers the missing link to successful deregulation?" *IEEE power & energy magazine*, Nov-Dic, 2003.
- [14] "Smart grid millionaire do you want to be one?" *IEEE power & energy magazine*, p. 8, 2008.
- [15] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*. Springer, 1983.
- [ 16] *Flujo de carga en sistemas de transmisión : modelamiento y análisis* by Ramón Alfonso Gallego Rendón, Antonio Hernando Escobar Zuluaga, Mauricio Granada Echeverri, Antonio Hernando Escobar Zuluaga (Autor), Mauricio Granada Echeverri (Autor), Ramón Alfonso Gallego Rendón (Autor), Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia)



- [17] Jairo Andrés Morales Rodríguez. *Operación y control de microrredes operando en modo aislado*. PhD thesis, Universidad Tecnológica de Pereira, 2015.
- [18] Andres Tovar, Hernando Diaz. *Herramienta Computacional para la Detección de Bifurcaciones Locales en Sistemas Dinámicos*. Universidad Nacional de Colombia. 2005.
- [19] T. Kapitaniak. *Chaos for Engineers. Theory, Applications and Control*. Springer Berlin 1997
- [20] Bordons, C., Garcia-Torres, F., & Valverde, L. (2015). *Gestión óptima de la energia en microrredes con generación renovable*. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 12(2), 117-132.
- [21] Villa Giraldo, A. M. (2015). *Análisis control de tensión en una red de distribución, operando de manera aislada* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales).
- [22] Bollman, A. M. (2010). *An experimental study of frequency droop control in a low-inertia microgrid*.
- [23] Zekun, S. (2016). *Estudio de funcionamiento y control de micro red*. Universidad de Sevilla, 12-20.
- [24] Evans, J. R., Lindsay, W. M., Fragoso, F. S., & Díaz, G. H. (2000). *Administración y control de la calidad*.
- [ 25] Cardona, J. F. G. (2010). *Aplicación de la teoría de bifurcaciones al análisis de estabilidad de un sistema de potencia* (Doctoral dissertation, Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la Computación. Ingeniería Eléctrica.).
- [ 26] *Análisis de estabilidad robusta de microrredes de CC con cargas de potencia constante marzo del 2019*
- [ 27] A. Emadi, A. Khaligh, C. Rivetta, and G. Williamson, "Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems: definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 4, pp. 1112– 1125, july 2006.
- [ 28] C. Rivetta, G. Williamson, and A. Emadi, "Constant power loads and negative impedance instability in sea and undersea vehicles: statement of the problem and comprehensive large-signal solution," in *IEEE Electric Ship Technologies Symposium*, july 2005, pp. 313–320.
- [ 29] Valencia Torres, G. M. *Análisis de estabilidad de tensión de un modelo básico de un sistema de potencia utilizando teoría de bifurcaciones* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales).